**Городской конкурс исследовательских работ «День науки-2016»**

**К вопросу о степени.**

Работу выполнила:

Махова Анна Дмитриевна ,

учащаяся 7А класса

муниципального

общеобразовательного учреждения

«Гимназия №1» г. Костромы

Руководитель:

Румянцева Галина Леонидовна,

Учитель математики

муниципального

общеобразовательного учреждения

«Гимназия №1» г. Костромы

**г. Кострома, 2016**

**Содержание:**

1. Введение. Обозначение проблемы. 3 стр.
2. Основная часть: эксперимент, поиск закономерностей, выводы. 4 стр.
3. Заключение. 7 стр.
4. Список источников. 8 стр.
5. Приложения. Буклет. 9 стр.

**Введение.**

Когда радость особенно велика? Когда удается достичь желаемого. Фалес Милетский

Я люблю решать задачи из раздела для любознательных. В одной из прошлогодних олимпиад для 7 классов мне встретилась задача: «Найдите последнюю цифру числа ». Очевидно, что такие степени не вычислить. Должен быть какой-то другой способ решения. Может быть возможно определить последнюю цифру каждой степени?

Цель моего исследования – найти алгоритм для определения последней цифры степени.

Задачи исследования:

* составить список похожих задач,
* провести эксперимент по определению последней цифры степени,
* выяснить закономерности,
* оформить буклет.

Методы исследования:

* эксперимент,
* наблюдение,
* анализ и систематизация полученных данных,
* создание буклета.

**Основная часть.**

Проведем эксперимент. Каждой степени числа 2 поставим в соответствие ее последнюю цифру

  

Мы видим, что через каждые четыре шага последняя цифра повторяется. Заметив это, нетрудно определить последнюю цифру степени 2n для любого показателя *n* .

В самом деле, возьмем число 2100 . Если бы мы продолжили таблицу, то оно попало бы в строку, где находятся степени 24 , 28 , 212 , показатели которых кратны четырем. Значит, число 2100 , как и эти степени, оканчивается цифрой 6.

Вообще все натуральные числа могут быть отнесены к одной из четырех групп: числа, делящиеся на 4, числа, дающие при делении на 4 остаток, равный 1, остаток, равный 2, или остаток, равный 3. И последняя цифра числа определяется тем, в какую из этих групп попадает показатель . Так, например, число  оканчивается цифрой 2, так как 201 при делении на 4 дает в остатке1, а число  - цифрой 8, так как .

Проведем следующее исследование: выясним, есть ли какая-нибудь закономерность в том, как меняется последняя цифра числа  , где *n* – натуральное число, с изменением показателя *n* .

  

Замечаем, что через каждые четыре шага последняя цифра повторяется. Если показатель степени делится на 4, то оканчивается цифрой 1. Если при делении получается остаток 1, то последняя цифра степени 3, если остаток 2, то последняя цифра 9, при остатке 3 степень оканчивается цифрой 7. Значит,  оканчивается цифрой 9, так как . Следовательно, число оканчивается цифрой 7, так как это последняя цифра в сумме (8+9).

Рассмотрим степени числа 9. Будет ли здесь какая-нибудь закономерность?  

Замечаем, что все нечетные степени числа 9 оканчиваются цифрой 9, а четные оканчиваются цифрой 1.

Через два шага происходит повторение последней цифры у степеней числа 4. 

Действуя аналогично, я выяснила: - все степени числа 5 оканчиваются цифрой 5, - все степени числа 6 оканчиваются цифрой 6, - все степени числа оканчиваются цифрой 1, - у степеней с основаниями 7, 8 последняя цифра повторяется через каждые четыре шага.

   

Теперь, я знаю, по каким законам изменяется последняя цифра степени с любым основанием, и могу легко решить любую задачу из моего списка.

1. Найдите последнюю цифру числа .

2. (*Олимпиада «Покори Воробьевы горы», 2013г.)* Натуральные числа  и *,* , таковы, что число  имеет такую же последнюю цифру, как и . а) Приведите пример таких чисел  и . б) Выясните, какое наименьшее значение может принимать величина .

3. Делится ли число  на 10?

4. Является ли число  простым?

5. Доказать, что число  составное.

6. Доказать, что число  кратно 10.

Цель моего исследования достигнута, алгоритм найден, задачи решены.

**Заключение.**

Моя гипотеза о том, что в данных олимпиадных задачах все зависит от последней цифры степени, подтвердилась. Я выяснила, что последняя цифра степени может повторяться через четыре шага, через два шага или остается без изменений. Найденные закономерности я оформила в буклете. Мне понравилось искать и находить. Хочу рассмотреть еще какую-нибудь проблему задач олимпиадной тематики.

Список источников :

1. Алгебра. 7 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений/ под редакцией Г.В. Дорофеева; -М. : Просвещение, 2014.

2. <http://mathus.ru/math/> Подготовка к олимпиадам и ЕГЭ по математике и физике.