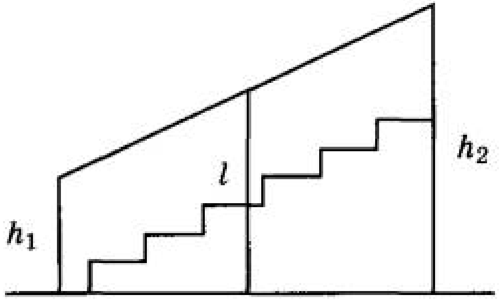
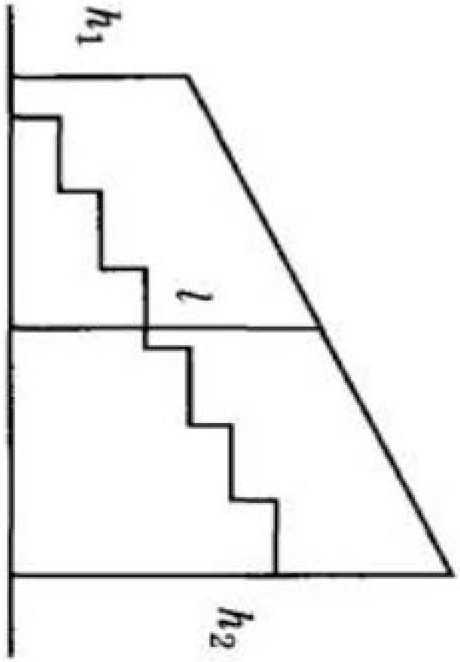
Разбор типовых заданий ЕГЭ по математике базового уровня

Геометрия

Прикладная геометрия

1. Перила лестницы дачного дома для надёжности укреплены посередине вертикальным столбом. Найдите высоту l этого столба, если наименьшая высота h1 перил равна 1,25 м, а наибольшая высота h2 равна 2,25 м. Ответ дайте в метрах.

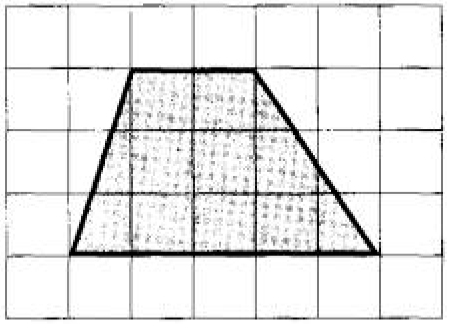


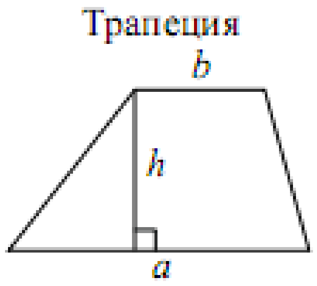


! Алгоритм выполнения

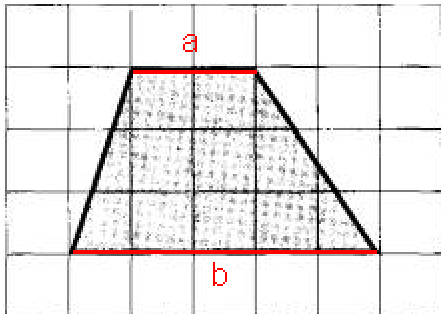
1. Определить, что за фигура на рисунке.
2. Вспомнить определение средней линии трапеции.
3. Записать формулу для нахождения средней линии трапеции.
4. Подставить данные.
5. Вычислить среднюю линию трапеции.

2. План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат 1 м х 1 м. Найдите площадь участка, выделенного на плане. Ответ дайте в квадратных метрах.



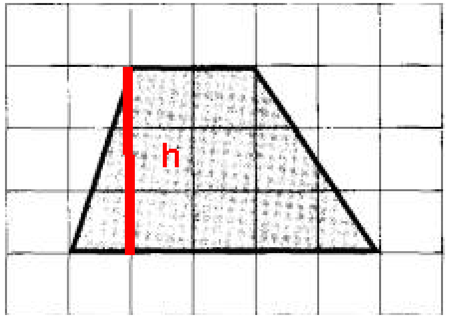


$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$



! Алгоритм выполнения

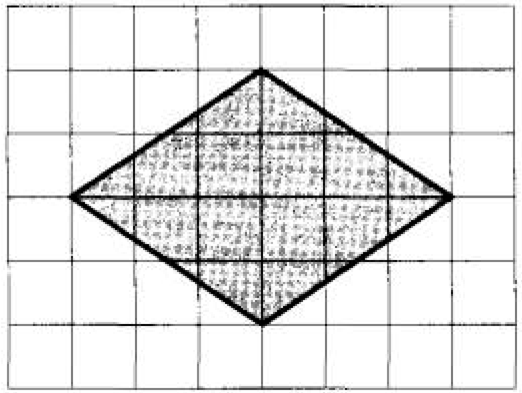
1.Определить что за фигура на рисунке.
2.Записать формулу нахождения площади данной фигуры.
3.Определить по чертежу все необходимые данные.
4.Вычислить площадь участка.



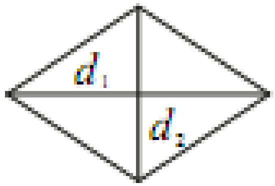
$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

$$S = \frac{2+5}{2} \cdot 3 = 3{,}5 \cdot 3 = 10{,}5$$

3. План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат 1 м х 1 м. Найдите площадь участка, выделенного на плане. Ответ дайте в квадратных метрах.

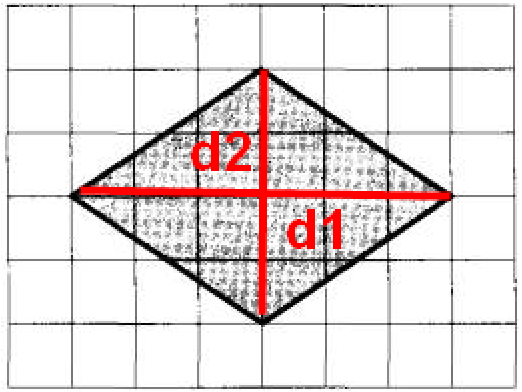


Ромб



d_1, d_2 – диагонали

$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$

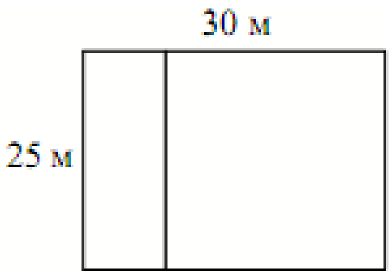


! Алгоритм выполнения

1.Определить что за фигура на рисунке.
2.Записать формулу нахождения площади данной фигуры.
3.Определить по чертежу все необходимые данные.
4.Вычислить площадь участка.

$$S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2} = \frac{6 \cdot 4}{2} = 3 \cdot 4 = 12$$

4. Дачный участок имеет форму прямоугольника со сторонами 25 метров и 30 метров. Хозяин планирует обнести его забором и разделить таким же забором на две части, одна из которых имеет форму квадрата. Найдите суммарную длину забора в метрах.



! Алгоритм выполнения

1.Вычислить периметр прямоугольника.

2.Прибавить длину разделяющей части.

$P = 30$ м $+ 30$ м $+ 25$ м $+ 25$ м $= 110$ м.

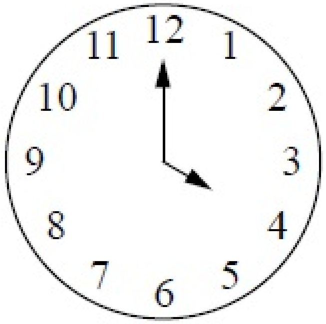
110 м – длина забора без перегородки.

Прибавим длину разделяющей части.

По рисунку видно, что длина разделяющей части 25 м.

110 м + 25 м = 135 м.

5. Какой угол (в градусах) образуют минутная и часовая стрелки в 16:00?



! Алгоритм выполнения

1.Сначала мы найдем, сколько в градусах занимает один час.
2.Затем найдем угол, который образуют стрелки в 16:00

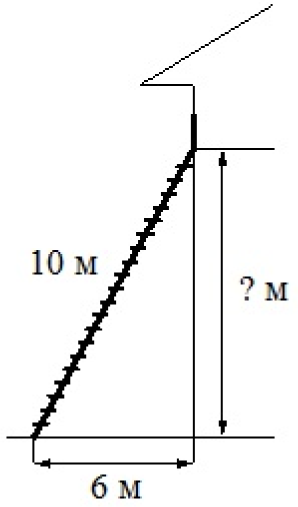
Так как вся окружность — 360°, а часов 12, то один час:

$$360° : 12 = 30°$$

Значит, в четыре часа угол будет равен:

$$30° \cdot 4 = 120°$$

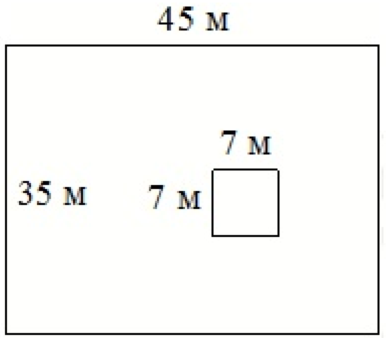
6. Пожарную лестницу длиной 10 м приставили к окну дома. Нижний конец лестницы отстоит от стены на 6 м. На какой высоте находится верхний конец лестницы? Ответ дайте в метрах.



! Алгоритм выполнения

Приставленная к стене лестница образует с этой стеной и горизонтальной площадкой возле дома прямоугольный треугольник. Высота, на которой находится верхний конец лестницы, является одним из катетов этого треугольника. Следовательно, для нахождения ее величины нужно использовать теореме Пифагора.

7. Дачный участок имеет форму прямоугольника, стороны которого равны 35 и 45 м. Дом, расположенный на участке, имеет на плане форму квадрата со стороной 7 м. Найдите площадь оставшейся части участка, не занятой домом. Ответ дайте в квадратных метрах.



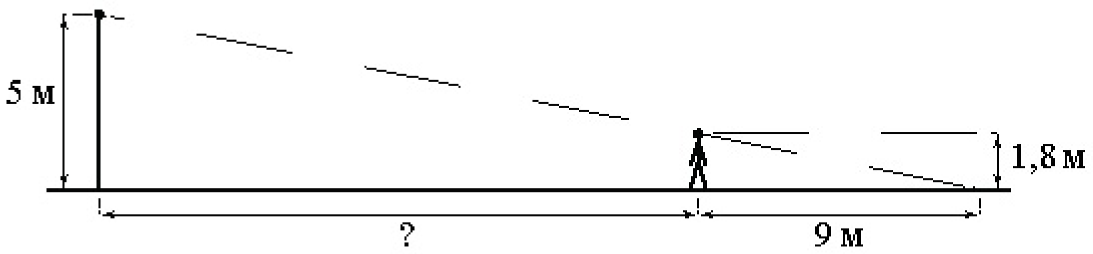
! Алгоритм выполнения

1.Находим площадь прямоугольного участка. — $35 \cdot 45 = 1575$ (кв.м) – площадь всего участка

2.Находим площадь квадратного дома. — $7 \cdot 7 = 49$ (кв.м) – площадь дома

3.Находим разность этих площадей, отняв от большего числа меньшее. — $1575 - 49 = 1526$ (кв.м) – площадь оставшейся части участка

8. На каком расстоянии (в метрах) от фонаря стоит человек ростом 1,8 м, если длина его тени равна 9 м, высота фонаря 5 м?



! Алгоритм выполнения

1.Рассматриваем 2 подобных треугольника. В первом стороны образуют линия фонаря и расстояние от его основания до верхней точки тени от человека. Во втором – линия роста человека и линия его тени.
2.Поскольку треугольники подобны, то можем соотнести соответствующие стороны и оставить из этих отношений пропорцию.
3.Из полученной пропорции выражаем искомую величину. Вычисляем ее.

Обозначим искомое расстояние через x.
Из рисунка имеем 2 треугольника. Один (больший) построен на сторонах 5 м и (x+9) м. Другой (меньший) – 1,8 м и 9 м. Составим пропорцию из отношений соответствующих сторон этих треугольников:

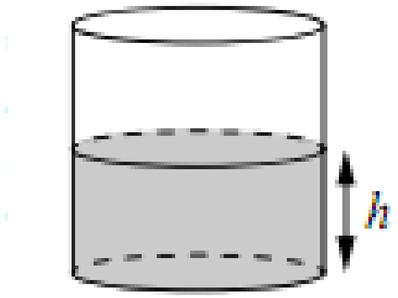
$$5 : 1,8 = (x + 9) : 9.$$

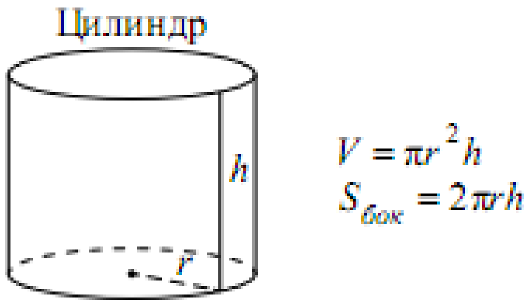
Из пропорции получим:

$$5 \cdot 9 = 1,8 \cdot (x + 9)$$
$$1,8x + 16,2 = 45$$
$$1,8x = 28,8$$
$$x = 16 \text{ (м)}$$

Наглядная стереометрия

9. Вода в сосуде цилиндрической формы находится на уровне h = 80 см. На каком уровне окажется вода, если ее перелить в другой цилиндрический сосуд, у которого радиус основания в 4 раза больше, чем у данного? Ответ дайте в сантиметрах.



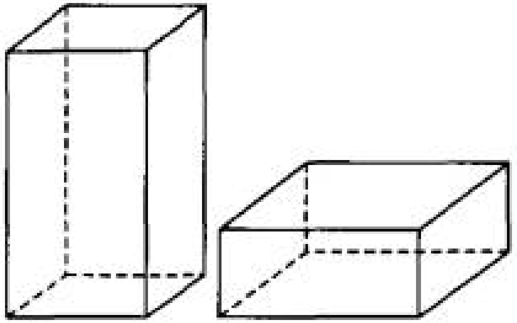


$V_1 = \pi r_1^2 h_1$
$V_2 = \pi r_2^2 h_2$
Объем жидкости не изменялся, следовательно, можно приравнять объемы.
$V_1 = V_2$
$\pi r_1^2 h_1 = \pi r_2^2 h_2$
$h_2 = (\pi r_1^2 h_1) / \pi r_2^2$
По условию площадь основания стала в 4 раза больше, то есть $r_2 = 4 r_1$.
Подставим $r_2 = 4 r_1$ в выражение для h_1.
Получим: $h_2 = (\pi r_1^2 h_1) / \pi (4 r_1)^2$
Полученную дробь сократим на π, получим $h_2 = (r_1^2 h_1) / 16 r_1^2$
Полученную дробь сократим на r_1, получим $h_2 = h_1 / 16$.
Подставим известные данные: $h_2 = 80 / 16 = 5$ см.
Ответ: 5.

! Алгоритм выполнения:

1. Записать формулу объема цилиндра.
2. Подставить значения для цилиндра с жидкостью в первом и во втором случае.
3. Объем жидкости не изменялся, следовательно, можно приравнять объемы.
4. Полученное уравнение решить относительно второй высоты h_2.
5. Подставить данные и вычислить искомую величину.

10. Даны две коробки, имеющие форму правильной четырёхугольной призмы. Первая коробка в четыре с половиной раза выше второй, а вторая втрое шире первой. Во сколько раз объём первой коробки меньше объёма второй?

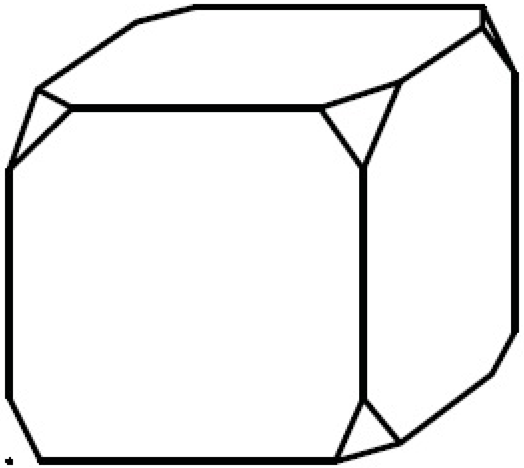


! Алгоритм выполнения:

1. Записать формулу, для вычисления объема правильной четырехугольной призмы.
2. Записать в общем виде формулу для нахождения объема в первом и втором случае.
3. Найти отношение объемов.
4. Преобразовать полученное выражение с учетом соотношения измерений первой и второй призмы.
5. Сократить получившуюся дробь.

$V_1 = a_1 \cdot b_1 \cdot c_1$
$V_2 = a_2 \cdot b_2 \cdot c_2$
Найдем отношение объемов.
$V_1 / V_2 = (a_1 \cdot b_1 \cdot c_1)/ (a_2 \cdot b_2 \cdot c_2)$
По условию $c_1 = 4{,}5\ c_2$ (первая коробка в четыре с половиной раза выше второй),
$b_2 = 3\ b_1$ (вторая коробка втрое шире первой).
Так как это правильные четырехугольные призмы, то в основании лежит квадрат, а значит глубина второй коробки тоже втрое больше глубины первой, то есть
$a_2 = 3\ a_1$
Подставим эти выражения в формулу отношения объемов:
$V_1 / V_2 = (a_1 \cdot b_1 \cdot c_1)/ (a_2 \cdot b_2 \cdot c_2) = (a_1 \cdot b_1 \cdot 4{,}5c_2)/ (3a_1 \cdot 3b_1 \cdot c_2) = (a_1 \cdot b_1 \cdot 4{,}5c_2)/ (9a_1 \cdot b_1 \cdot c_2)$
Сократим получившуюся дробь на $a_1 \cdot b_1 \cdot c_2$. Получим:
$V_1 / V_2 = (a_1 \cdot b_1 \cdot 4{,}5c_2)/ (9a_1 \cdot b_1 \cdot c_2) = 4{,}5/9 = ½$.
Объем первой коробочки в 2 раза меньше объема второй.
Ответ: 2.

11. От деревянного кубика отпилили все его вершины (см. рис.). Сколько граней у получившегося многогранника (невидимые ребра на рисунке не изображены)?

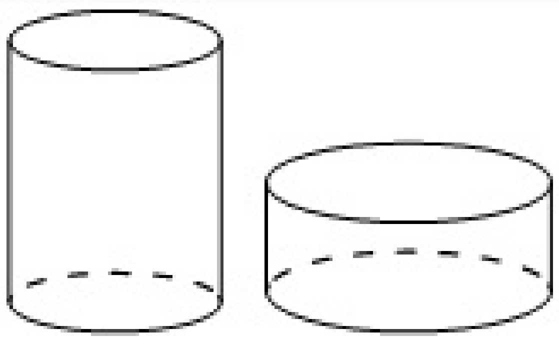


! Сначала вспомним сколько всего граней и вершин у куба: шесть граней и восемь вершин. Теперь на месте каждой вершины образуется новая грань после отпила, значит у модифицированного в задании куба шесть родных граней и восемь новых (после отпила). Итого получаем: 6 + 8 = 14 граней.

Ответ: 14.

Если бы нас спросили, а сколько вершин у нового «куба». Очевидно, если вместо одной становится три, а их всего восемь, то получаем: 8 • 3 = 24

12. Даны два цилиндра. Радиус основания и высота первого цилиндра равны соответственно 2 и 6, а второго – 6 и 4. Во сколько раз объем второго цилиндра больше объема первого?



$V_1=\pi R_1^2 H_1$,

$V_2=\pi R_2^2 H_2$.

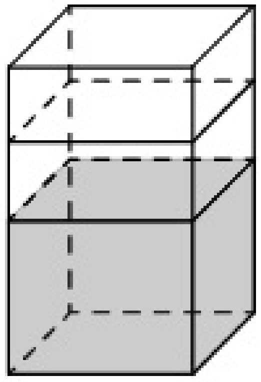
! Алгоритм выполнения

1.Записываем ф-лу для вычисления объема цилиндра.
2.Вводим обозначения для радиуса основания и высоты 1-го цилиндра. Выражаем подобным образом аналогичные параметры 2-го цилиндра.
3.Формируем формулы для объема 1-го и 2-го цилиндров.
4.Вычисляем отношение объемов.

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\pi R_2^2 H_2}{\pi R_1^2 H_1} = \frac{R_2^2 H_2}{R_1^2 H_1}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{6^2 \cdot 4}{\cancel{2^2 \cdot 6}} = 6.$$

13. В бак, имеющий форму прямой призмы, налито 5 л воды. После полного погружения в воду детали уровень воды в баке поднялся в 1,4 раза. Найдите объем детали. Ответ дайте в кубических сантиметрах, зная, что в одном литре 1000 кубических сантиметров.



! Алгоритм выполнения

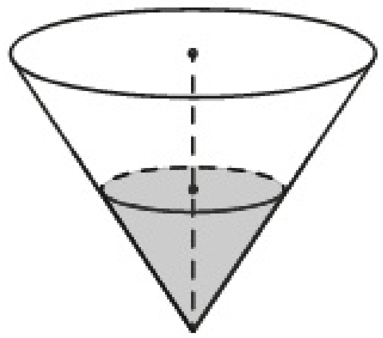
1.Вводим обозначения для объема до погружения детали и после. Пусть это будет соответственно V_1 и V_2.
2.Фиксируем значение для V_1. Выражаем V_2 через V_1. Находим значение V_2.
3.Переводим результат, полученный в литрах, в куб.см.

Объем бака до погружения V_1=5 (л). Т.к. после погружения детали объем стал равным V_2. Согласно условию, увеличение составило 1,4 раза, поэтому $V_2=1,4V_1$.
Отсюда получаем: $V_2=1,4\cdot 5=7$ (л).
Т.о., разница объемов, которая и составляет объем детали, равна:

$$V_2-V_1=7-5=2 \text{ (л)}.$$

$$2 \text{ л}=2\cdot 1000=2000 \text{ (куб.см)}.$$

14. В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает ½ высоты. Объем сосуда 1600 мл. Чему равен объем налитой жидкости? Ответ дайте в миллилитрах.



Если рассматривать сечение конуса по двум его противоположно расположенным образующим (осевое сечение), то видим, что полученные таким способом треугольники большого конуса и малого (образованного жидкостью) подобны. Это следует из равенства их углов. Т.е. имеем: у конусов подобны высоты и радиусы основания. Отсюда делаем вывод: т.к. линейные параметры конусов подобны, то и конусы подобны.

По условию высота малого конуса (жидкости) составляет ½ высоты конуса. Значит, коэффициент подобия малого и большого конусов равен ½.

Применяем св-во подобия тел, которое заключается в том, их объемы относятся как коэффициет подобия в кубе. Обозначим объем большого конуса V_1, малого – V_2. Получим:

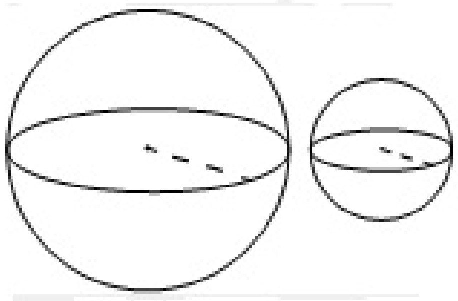
! Алгоритм выполнения

1.Доказываем, что данные в условии конусы подобны.
2.Определяем коэффициент подобия.
3.Используя свойство для объемов подобных тел, находим объем жидкости.

$$\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8} \rightarrow V_2 = \frac{1}{8}V_1$$

Поскольку по условию V_1=1600 мл, то V_2=1600/8=200 мл.

15. Даны два шара с радиусами 4 и 1. Во сколько раз объем большего шара больше объема меньшего?



! Алгоритм выполнения

1.Записываем формулу для вычисления объема шара.
2.Адаптируем формулу для каждого из шаров. Для этого используем индексы 1 и 2.
3.Записываем отношение объемов, вычисляем его, подставив числовые данные из условия.

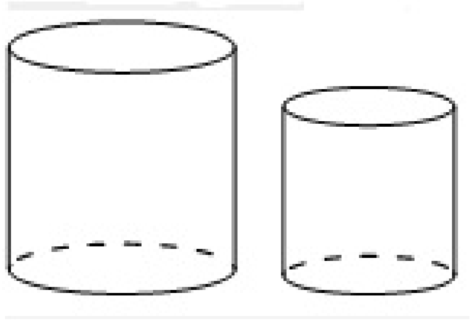
$$V_1 = \frac{4}{3}\pi R_1^3 \qquad V_2 = \frac{4}{3}\pi R_2^3$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{4}{3}\pi R_1^3}{\frac{4}{3}\pi R_2^3} = \frac{R_1^3}{R_2^3}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{4^3}{1^3} = \frac{64}{1} = 64$$

Вывод: объем большего шара в 64 раза больше.

16. Даны два цилиндра. Радиус основания и высота первого цилиндра равны соответственно 4 и 18, а второго – 2 и 3. Во сколько раз площадь боковой поверхности первого цилиндра больше площади боковой поверхности второго?



! Алгоритм выполнения

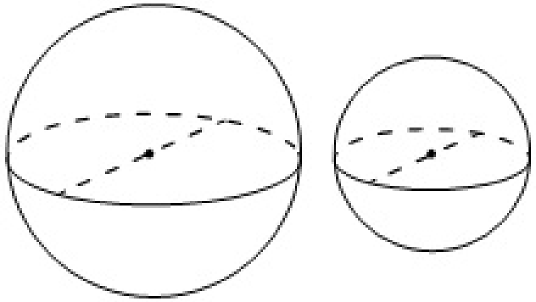
1.Записываем формулу для определения площади бок.поверхности цилиндра.
2.Переписываем ее дважды с использованием соответствующих индексов – для 1-го (большего) и 2-го (меньшего) цилиндров.
3.Находим отношение площадей. Вычисляем отношения, используя числовые данные из условия.

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{2\pi R_1 H_1}{2\pi R_2 H_2} = \frac{R_1 H_1}{R_2 H_2}$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{4 \cdot 18}{2 \cdot 3} = 12$$

Вывод: площадь боковой поверхности 1-го цилиндра больше в 12 раз.

17. Однородный шар диаметром 3 см весит 162 грамма. Сколько граммов весит шар диаметром 2 см, изготовленный из того же материала?



! Алгоритм выполнения

1.Записываем формулу для определения массы большего шаров через плотность и объем.

2.Объем в этой формуле расписываем через ф-лу объема шара (через его радиус).

3.Записываем ф-лу для массы меньшего шара, расписываем объем через радиус (по аналогии с пп.1 и 2).

4.Поскольку оба шара изготовлены из одного и того же материала, то найденное значение для плотности можем использовать в ф-ле для массы меньшего шара. Вычисляем искомую массу.

$m_1 = \rho V_1$.

$V_1 = (4/3)\pi R_1^3$. Отсюда получаем: $m_1 = (4/3)\pi\rho R_1^3$.

$$\rho = \frac{3m_1}{4\pi R_1^3}$$

$m_2 = \rho V_2$

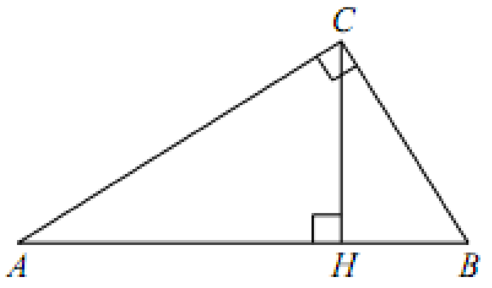
$V_2 = (4/3)\pi R_2^3$

$$m_2 = \frac{3m_1}{\cancel{4\pi} R_1^3} \cdot \frac{\cancel{4}}{\cancel{3}} \cancel{\pi} R_2^3 = \frac{m_1 R_2^3}{R_1^3}$$

$$m_2 = \frac{162 \cdot 2^3}{3^3} = 48 \text{ (г)}$$

Планиметрия. №15

18. В треугольнике ABC угол ACB равен 90°, cos A = 0,8, AC = 4. Отрезок CH – высота треугольника ABC(см. рисунок). Найдите длину отрезка AH.



! Алгоритм выполнения:

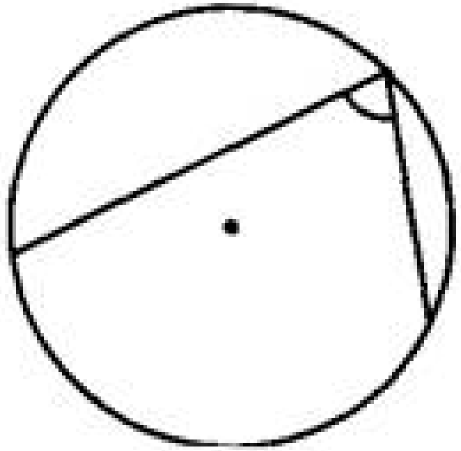
1.Вспомнить определение косинуса угла.
2.Записать выражение для нахождения косинуса угла.
3.Выразить неизвестную величину.
4.Вычислить.

cos A = AH/AC.

AH = AC · cos A

AH = AC · cos A = 4 · 0,8 = 3,2
Ответ: 3,2.

19. Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, длина которой равна 5/18 длины окружности. Ответ дайте в градусах.



! Алгоритм выполнения:

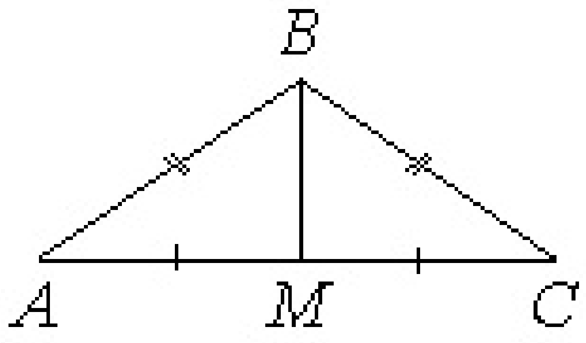
1.Вспомнить соотношение величины вписанного угла и градусной меры угла, на который он опирается.
2.Вычислить градусную меру угла, на который опирается дуга.
3.Вычислить вписанный угол.

Весь круг составляет 360°, а 5/18 от его длины это

$$360 \cdot \frac{5}{18} = 20 \cdot 5 = 100^\circ$$

Так как вписанный угол равен половине градусной меры дуги, на которую он опирается, вписанный угол равен
100°:2 = 50°.
Ответ: 50.

20.В треугольнике ABC известно, что AB=BC=15, AC=24. Найдите длину медианы BM



! Алгоритм выполнения

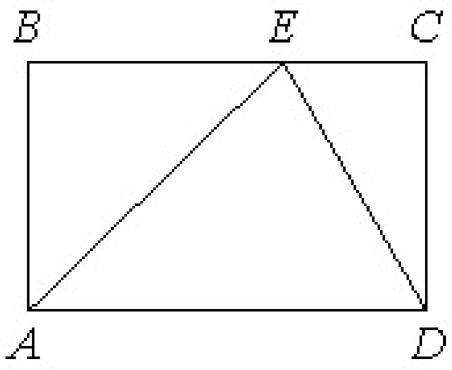
1.Определяем вид треугольника.
2.Доказываем, что медиана BM является и высотой.
3.Из прямоугольного треугольника AMB по т. Пифагора находим медиану BM.

Если AB=BC, то ΔABC – равнобедренный.

Т.к. AM медиана, то AM=AC:2=24:2=12.

$$BM = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{225 - 144} = \sqrt{81} = 9$$

21. На стороне BC прямоугольника ABCD, у которого AB=12 и AD=17, отмечена точка E так, что треугольник ABE равнобедренный. Найдите ED.



! Алгоритм выполнения

1.Находим EC.

2.Определяем значение CD.

3.Из прямоугольного треугольника ACD по т.Пифагора находим ED.

Т.к. по условию ΔABE равнобедренный, то BE=AB=12.

Т.к. ABCD прямоугольник, то BC=AD=17, CD=AB=12.

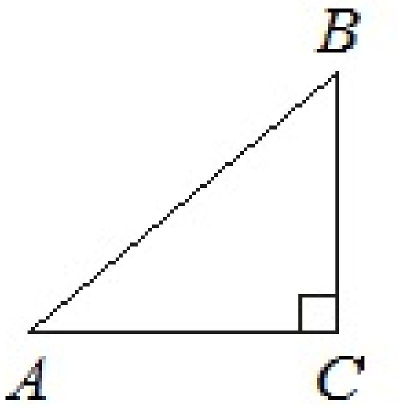
EC=BC–BE=17–12=5.

ΔECD прямоугольный.

Тогда по т.Пифагора $ED^2=EC^2+CD^2$.

$$ED = \sqrt{EC^2 + CD^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$$

22. В треугольнике ABC угол C равен 90^0, AB=25, AC=24. Найдите cos B.



! Алгоритм выполнения

1.По т.Пифагора находим величину катета BC.

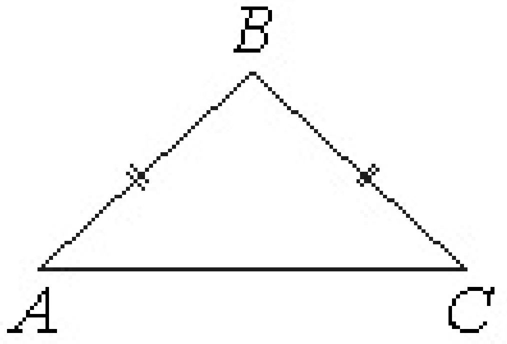
2.По формуле-определению для косинуса находим cos B как отношение прилежащего катета к гипотенузе.

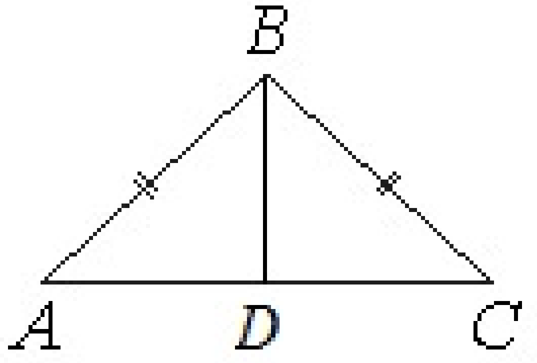
Из прямоугольного ΔABC по теореме Пифагора имеем: $AB^2=AC^2+BC^2$.

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{25^2 - 24^2} = \sqrt{625 - 576} = \sqrt{49} = 7$$

$$\cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{7}{25} = 0{,}28.$$

23. В равнобедренном треугольнике ABC боковая сторона AB=25, sin A=3/5. Найдите площадь треугольника ABC.





! Алгоритм выполнения

1.Из вершины B проводим высоту BD к основанию ΔABC. Получаем прямоугольного ΔADB.

2.Из ΔADB находим катет BD, используя sin A.

3.Находим AD из ΔADB по т.Пифагора. Далее определяем AC как 2AD.

4.Находим площадь ΔABC по формуле S=ah/2.

В ΔADB sin A=BD/AB → BD = AB · sin A = 25 · 3 / 5 = 15.

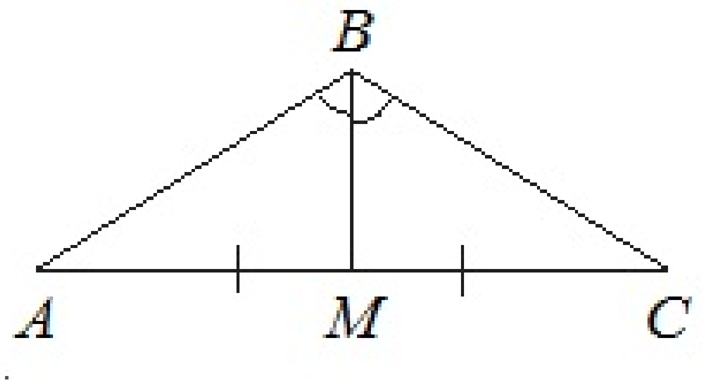
Из ΔADB по т.Пифагора имеем: $AB^2=AD^2+BD^2$

$$AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{25^2 - 15^2} = \sqrt{625 - 225} = \sqrt{400} = 20$$

AC=2AD=2·20=40.

$$S = \frac{1}{2}AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 15 = 300$$

24. В треугольнике ABC угол B равен 120^0. Медиана BM делит угол B пополам и равна 27. Найдите длину стороны AB.



! Алгоритм выполнения

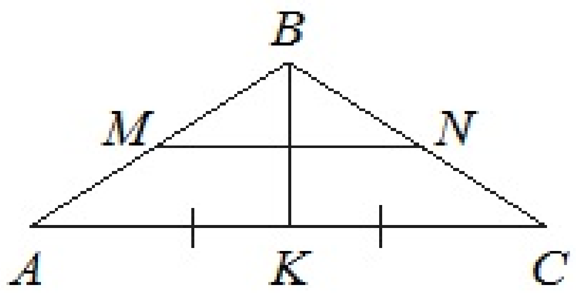
1.Определяем величину угла ABM.
2.Доказываем, что ΔAMB прямоугольный.
3.Находим AB, используя формулу-определение для косинуса.

По условию угол ABM равен половине угла B. Значит, угол ABM составляет
$120^0:2=60^0$.
Т.к. BM – медиана, опущенная на основание равнобедренного ΔABC, то BM является и высотой. Поэтому ΔAMB прямоугольный с прямым углом AMB.

$$\cos ABM = \frac{BM}{AB}$$

$$AB = \frac{BM}{\cos ABM} = \frac{27}{\cos 60^0} = \frac{27}{1/2} = 54$$

25. В равнобедренном треугольнике ABC медиана BK=10, боковая сторона BC=26. Найдите длину отрезка MN, если известно, что он соединяет середины боковых сторон.



! Алгоритм выполнения

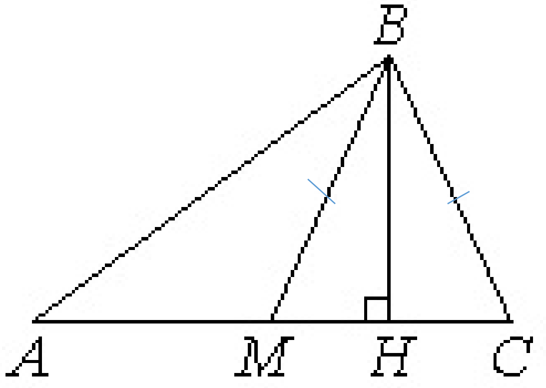
1.Доказываем, что ΔAKB прямоугольный.
2.Из ΔAKB по т.Пифагора находим AK.
3.Находим AC как 2AK.
4.Находим MN как среднюю линию.

Из прямоугольного ΔAKB по т.Пифагора $AB^2=AK^2+BK^2$.

$$AK = \sqrt{AB^2 - BK^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = \sqrt{676 - 100} = \sqrt{576} = 24$$

Поскольку BK медиана, то AC=2AK=2·24=48.
Значит, MN=AC:2=48:2=24.

26. В треугольнике ABC высота AC=56, BM – медиана, BH – высота, BC=BM. Найдите длину отрезка AH.



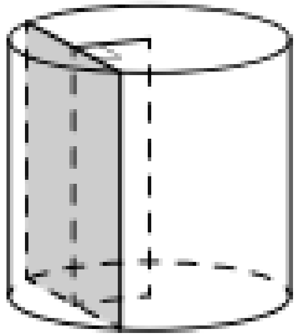
! Алгоритм выполнения

1.Находим длину отрезков AM и MC как половину от AC.
2.Доказываем, что BH является медианой в ΔMBC.
Отсюда определяем, что MH – половина от MC.
3. Находим AH как сумму AM и MH.

Рассмотрим ΔABC. Т.к. BM медиана, то AM=MC=AC/2=56/2=28.
MH=HC=MC/2=28/2=14.
AH=AM+MH=28+14=42.

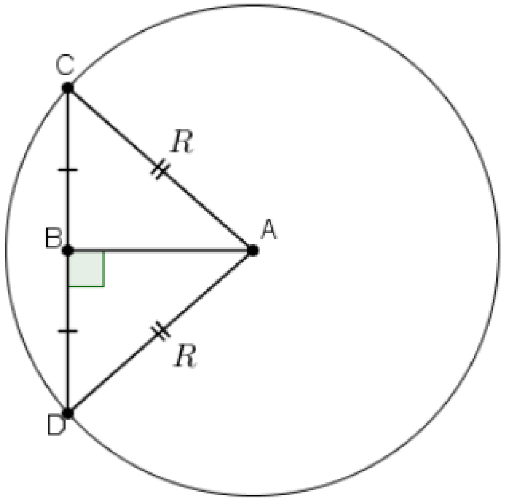
Стереометрия (№16)

27. Радиус основания цилиндра равен 13, а его образующая 18. Сечение, параллельное оси цилиндра, удалено от нее на расстояние, равное 12. Найдите площадь этого сечения.



Сечение является прямоугольником, одна из сторон которого образующая цилиндра.

Длина прямоугольника – 18, из условия. Осталось вычислить ширину. Сделаем дополнительный чертеж цилиндра сверху:



! Алгоритм выполнения:

1. Определить тип фигуры, образующей сечение.
2. Записать формулу для нахождения площади фигуры, образующей сечение.
3. Вычислить недостающие данные.
4. Вычислить искомую площадь сечения.

- Ширина прямоугольника – CD.
- По условию «Сечение, параллельное оси цилиндра, удалено от нее на расстояние, равное 12». Расстояние от точки до прямой – это длина перпендикуляра, проведенного из этой точки на прямую. То есть на чертеже AB = 12.
- CD = CB + BD. CB = BD
- Рассмотрим треугольник BCA. Треугольник BCA – прямоугольный.
- Теорема Пифагора: квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.
- В данном случае $CA^2 = CB^2 + AB^2$
- CB^2 — неизвестное слагаемое. Чтобы найти неизвестное слагаемое нужно из суммы вычесть известное слагаемое.
- $CB^2 = CA^2 — AB^2$
- $CB = \sqrt{(CA^2 — AB^2)}$
- $CB = \sqrt{(13^2 — 12^2)} = \sqrt{(169 — 144)} = \sqrt{25} = 5$
- Для решения задачи необходимо знать CD = CB + BD = 5 + 5 = 10
- Вычислим искомую площадь сечения.
- $10 \cdot 18 = 180$
- Ответ: 180.

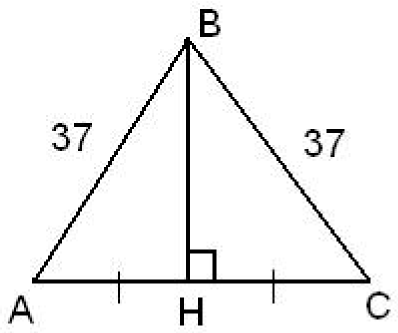
29. Стороны основания правильной треугольной пирамиды равны 24, а боковые рёбра равны 37. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.

! Алгоритм выполнения:

- Проанализировать какие данные необходимо вычислить для ответа на вопрос задачи.
- Найти площади треугольников.
- Найти площадь боковой поверхности пирамиды.

В основании правильной треугольной пирамиды лежит равносторонний треугольник. Боковые ребра пирамиды, равные 37, образуют три равнобедренных треугольника, которые составляют ее боковую поверхность.

Найдем площади треугольников.



Так как треугольник равнобедренный, AH=AC:2=24:2=12.
Р/м треугольник ABH.

$AB^2 = BH^2 + AH^2$

$BH^2 = AB^2 — AH^2$

$$BH = \sqrt{37^2 - 12^2} = \sqrt{1369 - 144} = $$

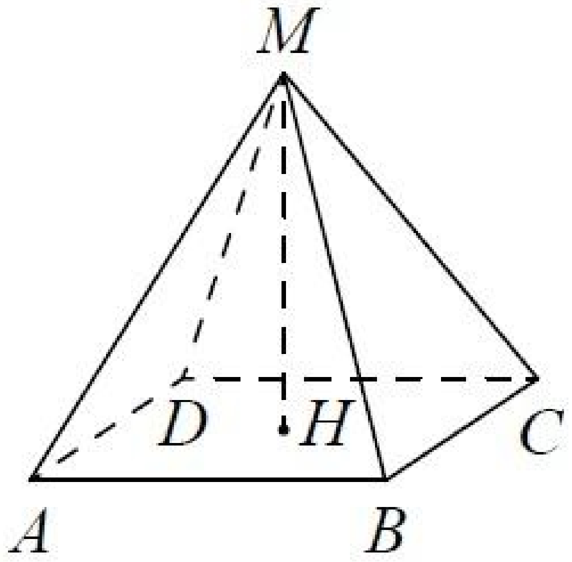
$$= \sqrt{1225} = 35$$

$$S = \frac{1}{2} BH \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 35 \cdot 24 = 420$$

Боковая поверхность пирамиды состоит из трех треугольников

$$S_{бок} = 3S = 3 \cdot 420 = 1260$$

30. Найдите объем правильной четырехугольной пирамиды, сторона основания которой равна 4, а боковое ребро равно √17.



Вспомним формулу площади правильной пирамиды — ***одна треть от произведения площади основания и высоты***.

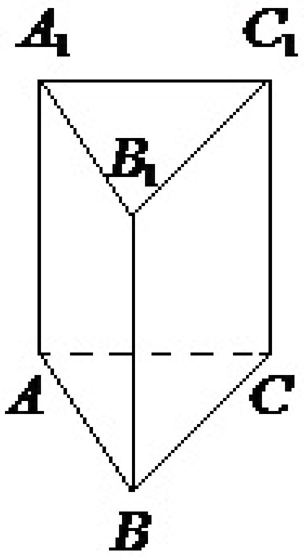
$$S_{\text{осн}} = S_{ABCD} = 4^2 = 16.$$

После этого перейдем к нахождению высоты. Для этого нам необходимо рассмотреть прямоугольный (так как основание перпендикулярно высоте) треугольник AMH. AH — половина диагонали квадрата, которая равна √2 его стороны, то есть в нашем случае диагональ равна 4√2, ну а половина — AH = 2√2. Зная гипотенузу и один из катетов, найдем высоту:

$$h = MH = \sqrt{AM^2 - \left(\frac{1}{2}AC\right)^2} = \sqrt{17 - 8} = 3$$

V = 1/3 • 16 •3 = 16

31. Сторона основания правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна 2, а высота этой призмы равна $4\sqrt{3}$. Найдите объем призмы $ABCA_1B_1C_1$.



$$S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4}2^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 4 = \sqrt{3}$$

Объем призмы: $V=Sh$

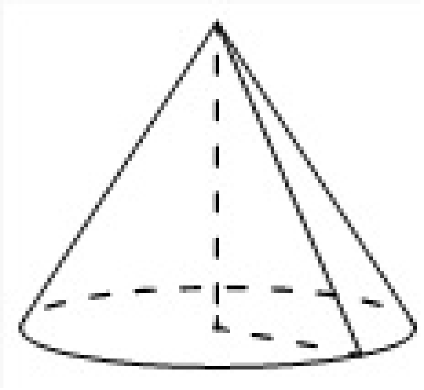
$$V = \sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3} = 3 \cdot 4 = 12$$

! Алгоритм выполнения

1.Находим площадь основы призмы через формулу для площади правильного треугольника.

2.Записываем формулу для объема призмы. Подставляем в нее числовые данные, вычисляем искомую величину.

32. Объем конуса равен 25π, а его высота равна 3. Найдите радиус основания конуса.



! Алгоритм выполнения

1.Записываем формулу для объема конуса. Из нее выражаем площадь основания.

2.Площадь основания расписываем по формуле площади круга, поскольку именно круг лежит в основании конуса.

3.Из этих двух формул выражаем искомую величину. Вычисляем ее.

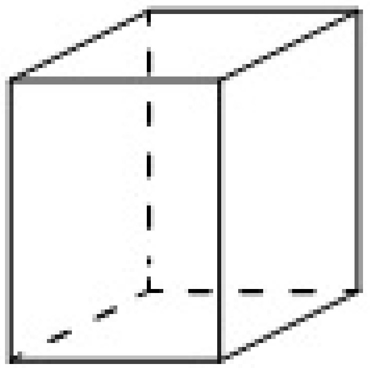
$$V = \frac{1}{3} S_{осн} h$$

$S_{осн}=3V/h.$ $S=\pi R^2$

Поскольку в данном случае $S_{осн}=S$, то $\pi R^2=3V/h$

$$R^2 = \frac{3V}{\pi h} \rightarrow R = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}} \rightarrow R = \sqrt{\frac{3 \cdot 25\pi}{\pi \cdot 3}} = \sqrt{25} = 5$$

33. Два ребра прямоугольного параллелепипеда равны 8 и 5, а объем параллелепипеда равен 280. Найдите площадь поверхности этого параллелепипеда.



! Алгоритм выполнения

1.Записываем формулу для объема прямоугольного параллелепипеда. Из нее выражаем 3-е (неизвестное) ребро. Вычисляем величину этого ребра.

2.Записываем формулу для площади поверхности. Подставляем в него числовые данные, находим искомое значение.

Объем прямоугольного параллелепипеда равен: $V=abc$, где a, b, c – ребра. Будем считать, что a и b нам известны, а c – неизвестно.

Тогда: $c=V/(ab)$.

$$c=280/(8\cdot 5)=7.$$

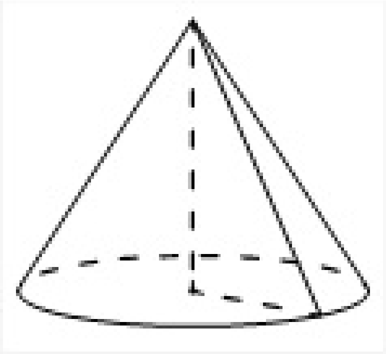
Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда вычисляется так:

$$S=2(ab+bc+ac).$$

Отсюда имеем:

$$S=2(8\cdot 5+5\cdot 7+8\cdot 7)=2(40+35+56)=2\cdot 131=262.$$

34. Объем конуса равен 24π, а радиус его основания равен 2. Найдите высоту конуса.



! Алгоритм выполнения

1.Записываем формулу для объема конуса. Из нее выражаем высоту.

2.Записываем формулу для площади круга, лежащего в основе конуса. Вычисляем эту площадь.

3.Подставляем числовые данные в формулу для объема, вычисляем искомую величину.

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} h \qquad H = \frac{3V}{S_{\text{осн}}}$$

Площадь основания (как площадь круга) равна:

$S_{\text{осн}} = \pi R^2$.

Вычисляем площадь:

$S_{\text{осн}} = \pi \cdot 2^2 = 4\pi$.

$$H = \frac{3 \cdot 24\pi}{4\pi} = 18$$