8 «б»14.05.2020г Тема урока «Умножение вектора на число. Скалярное произведение векторов»

**Определение**

Произведение ненулевого вектора https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137458/968fac60_c26a_0131_7578_3d765dfd91bb.png на число k – такой вектор https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137459/982a1b50_c26a_0131_7579_3d765dfd91bb.png, длина которого равна https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137460/99ccc960_c26a_0131_757a_3d765dfd91bb.png, причем векторы https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137458/968fac60_c26a_0131_7578_3d765dfd91bb.png и https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137459/982a1b50_c26a_0131_7579_3d765dfd91bb.png сонаправлены при https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137461/9b3a5e60_c26a_0131_757b_3d765dfd91bb.png и противонаправлены при https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137462/9cc0dff0_c26a_0131_757c_3d765dfd91bb.png. Произведение нулевого вектора на любое число – это нулевой вектор.

Пусть задан вектор https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137458/968fac60_c26a_0131_7578_3d765dfd91bb.png (см. Рис. 1). Вектор https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137463/9e392210_c26a_0131_757d_3d765dfd91bb.png – это вектор, направленный в ту же сторону, но длина его в два раза больше.

Вектор https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137464/9fba1020_c26a_0131_757e_3d765dfd91bb.png имеет длину, в два раза большую, чем вектор https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137465/a14b4ab0_c26a_0131_757f_3d765dfd91bb.png и ему противонаправлен.

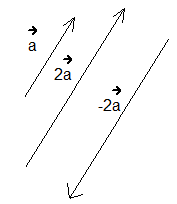


Рис. 1

## [Законы умножения](https://interneturok.ru/lesson/geometry/8-klass/vektory/umnozhenie-vektora-na-chislo-primenenie-vektorov-k-resheniyu-zadach#mediaplayer)

Законы, которым подчиняется операция умножения вектора на число:

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137467/a49d6d90_c26a_0131_7581_3d765dfd91bb.png – сочетательный закон;

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137468/a6383b90_c26a_0131_7582_3d765dfd91bb.png – первый распределительный закон;

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137469/a7c9af00_c26a_0131_7583_3d765dfd91bb.png – второй распределительный закон.

## [Решение задач](https://interneturok.ru/lesson/geometry/8-klass/vektory/umnozhenie-vektora-na-chislo-primenenie-vektorov-k-resheniyu-zadach#mediaplayer)

Анализ данных законов показывает, что действия с векторами аналогичны действиям с алгебраическими выражениями.

Пример 1 – упростить выражение:

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137470/a9604ca0_c26a_0131_7584_3d765dfd91bb.png

Раскроем скобки:

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137471/aafa30b0_c26a_0131_7585_3d765dfd91bb.png

Приведем подобные:

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137472/ac877630_c26a_0131_7586_3d765dfd91bb.png

Пример 2: Дан отрезок АВ (см. Рис. 2). Точка С – середина отрезка, точка О – произвольная точка плоскости. https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137473/ae2090f0_c26a_0131_7587_3d765dfd91bb.png, https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137474/af8e4470_c26a_0131_7588_3d765dfd91bb.png. Доказать, что вектор https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137475/b1116010_c26a_0131_7589_3d765dfd91bb.png.

Решение:

1 способ: применим правило треугольника и выразим вектор https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137476/b28d6b60_c26a_0131_758a_3d765dfd91bb.png как сумму двух векторов:

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137477/b417bc20_c26a_0131_758b_3d765dfd91bb.png

С другой стороны: https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137478/b5a96540_c26a_0131_758c_3d765dfd91bb.png

Получили систему двух уравнений:

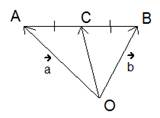


Рис. 2

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137480/b8fbed80_c26a_0131_758e_3d765dfd91bb.pnghttps://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137477/b417bc20_c26a_0131_758b_3d765dfd91bb.png

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137478/b5a96540_c26a_0131_758c_3d765dfd91bb.png

Сложим уравнения системы:

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137481/ba979910_c26a_0131_758f_3d765dfd91bb.png

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137482/bc3d1230_c26a_0131_7590_3d765dfd91bb.png, так как С – середина АВ, значит, модули данных векторов равны, но они противонаправлены, значит, их сумма – это нулевой вектор.

Получаем:

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137483/bde5cb30_c26a_0131_7591_3d765dfd91bb.png

Поделим обе части на два:

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137484/bf873fc0_c26a_0131_7592_3d765dfd91bb.png

Что и требовалось доказать.

2 способ:

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137485/c138ab80_c26a_0131_7593_3d765dfd91bb.png

Раскроем скобки и приведем подобные:

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137486/c2cf7cc0_c26a_0131_7594_3d765dfd91bb.png

Пример 3: Доказать, что средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме.

Мы знаем, что средняя линия трапеции соединяет середины ее боковых сторон, кроме того, мы знаем, что основания трапеции параллельны.

Воспользуемся правилом многоугольника и выразим вектор https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137487/c43c96d0_c26a_0131_7595_3d765dfd91bb.png как сумму векторов:

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137488/c5bb1e10_c26a_0131_7596_3d765dfd91bb.png

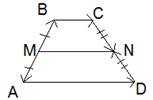


Рис. 3

С другой стороны, https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137490/c89dd260_c26a_0131_7598_3d765dfd91bb.png

Получаем систему уравнений:

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137491/ca2f6610_c26a_0131_7599_3d765dfd91bb.pnghttps://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137488/c5bb1e10_c26a_0131_7596_3d765dfd91bb.png

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137490/c89dd260_c26a_0131_7598_3d765dfd91bb.png

Выполним сложение уравнений системы, получаем:

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137492/cbee7520_c26a_0131_759a_3d765dfd91bb.png

Векторы https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137493/cd8588e0_c26a_0131_759b_3d765dfd91bb.png противоположны и дают в сумме нулевой вектор, так как М – середина АВ, то есть модули данных векторов равны, кроме того, очевидно, что они противонаправлены. Аналогично векторы https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137494/cf2174d0_c26a_0131_759c_3d765dfd91bb.png дают в сумме нулевой вектор. Таким образом, получаем:

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137495/d0c69c40_c26a_0131_759d_3d765dfd91bb.png

Поделим обе части на два:

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137496/d2670560_c26a_0131_759e_3d765dfd91bb.png

Таким образом, мы доказали, что средняя линия равна полусумме оснований. Кроме того, равенство вектора https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137487/c43c96d0_c26a_0131_7595_3d765dfd91bb.png сумме https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137497/d406f2e0_c26a_0131_759f_3d765dfd91bb.png говорит о том, что прямая MN параллельна основаниям трапеции.

Итак, в данном уроке мы изучили операцию умножения вектора на число и сформулировали законы умножения. Кроме того, мы научились применять факты о векторах к решению различных задач.

1. Задание 1: для произвольного четырехугольника MNPQ докажите, что: https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137498/d5a6e760_c26a_0131_75a0_3d765dfd91bb.png; https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137499/d7448f50_c26a_0131_75a1_3d765dfd91bb.png.
2. Задание 2: сторона равностороннего треугольника https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137500/d8b89e00_c26a_0131_75a2_3d765dfd91bb.png равна а. Найдите: https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137501/da400ed0_c26a_0131_75a3_3d765dfd91bb.png; https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137502/dbb72e80_c26a_0131_75a4_3d765dfd91bb.png;https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137503/dd440ba0_c26a_0131_75a5_3d765dfd91bb.png;https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137504/dee89650_c26a_0131_75a6_3d765dfd91bb.png;https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137505/e0b02140_c26a_0131_75a7_3d765dfd91bb.png.
3. Задание 3: точки M и N – середины сторон АВ и ВС треугольника https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137500/d8b89e00_c26a_0131_75a2_3d765dfd91bb.png. Выразите векторы https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137506/e2737b10_c26a_0131_75a8_3d765dfd91bb.png, https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137507/e40f1190_c26a_0131_75a9_3d765dfd91bb.png, https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137487/c43c96d0_c26a_0131_7595_3d765dfd91bb.png, https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137508/e5b6dc20_c26a_0131_75aa_3d765dfd91bb.png через векторы https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137509/e75a4d70_c26a_0131_75ab_3d765dfd91bb.png, https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137510/e90d5bd0_c26a_0131_75ac_3d765dfd91bb.png.

Видеоуроки: <https://www.youtube.com/watch?v=VZ0fb4Rhu9E>

<https://www.youtube.com/watch?v=txyQnhKTK9o>

|  |  |
| --- | --- |
| С**калярным произведением** двух векторов называется число, которое  равно произведению [модулей](https://www.calc.ru/Absolyutnaya-Velichina-Modul.html) 2 векторов на косинус угла между векторами.  **Скалярное произведение векторов формула:**  Вектор. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами. | Вектор. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами. |

|  |
| --- |
| Если хотя бы один из 2 векторов Вектор. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами. или Вектор. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами. равен нулевому вектору (равен нулю), то Вектор. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами..    **Свойства скалярного произведения векторов.**         1. Вектор. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами. - симметричность.          2. Вектор. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами. обозначается Вектор. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами. и зовется **скалярный квадрат**.          3. Если Вектор. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами., то Вектор. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами.         4. Если и Вектор. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами. и Вектор. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами. и Вектор. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами., то Вектор. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами.. Обратное утверждение тоже соответствует действительности.         5. Вектор. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами.         6. Вектор. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами.         7. Вектор. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами.   Видеоурок: https://www.youtube.com/watch?v=uXq6Vwf4U-0 |

**Домашнее задание**

1. Задание 1: для произвольного четырехугольника MNPQ докажите, что: https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137498/d5a6e760_c26a_0131_75a0_3d765dfd91bb.png; https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137499/d7448f50_c26a_0131_75a1_3d765dfd91bb.png.
2. Задание 2: сторона равностороннего треугольника https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137500/d8b89e00_c26a_0131_75a2_3d765dfd91bb.png равна а. Найдите: https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137501/da400ed0_c26a_0131_75a3_3d765dfd91bb.png; https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137502/dbb72e80_c26a_0131_75a4_3d765dfd91bb.png;https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137503/dd440ba0_c26a_0131_75a5_3d765dfd91bb.png;https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137504/dee89650_c26a_0131_75a6_3d765dfd91bb.png;https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/137505/e0b02140_c26a_0131_75a7_3d765dfd91bb.png.