

Механические колебания

Механические колебания - вид движения, при котором положение тела повторяется точно или почти точно за равные промежутки времени.

Характеристики колебаний.

Период – время одного полного колебания.

$$T = \frac{t}{N} \quad (\text{где } N - \text{ количество колебаний, } t - \text{ время наблюдения}). \quad T = [\text{с}]$$

Частота (собственная) – количество полных колебаний за единицу времени.

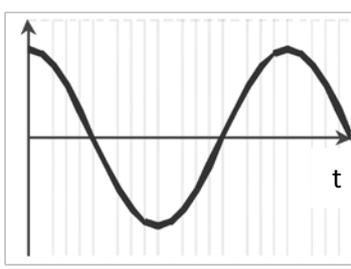
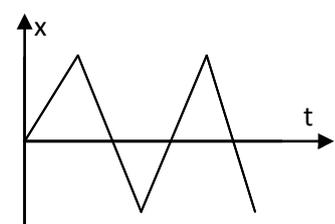
$$\nu = \frac{N}{t}; \quad \nu = \left[\frac{1}{\text{с}} \right] = [\text{с}^{-1}] = [\text{Гц}] \quad T = \frac{1}{\nu}; \quad \nu = \frac{1}{T};$$

Циклическая частота $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T} \quad \omega = \left[\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right]$

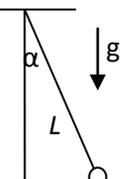
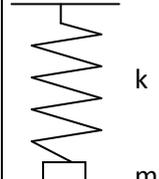
Смещение – отклонение тела от положения равновесия; $x = [\text{м}]$

Амплитуда – максимальное отклонение тела от положения равновесия, $x_m = [\text{м}]$

Виды колебаний.

Свободные	Вынужденные
колебания, совершаемые в системе, выведенной из состояния равновесия и затем предоставленной самой себе. (Колебания, происходящие только за счёт первоначального запаса энергии)	колебания, происходящие под действием внешней периодически изменяющейся силы
затухающие (причина – сила трения)	не затухающие (причина – периодически действующая внешняя сила)
	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  Гармонические (sin, cos) </div> <div style="text-align: center;">  Не гармонические </div> </div>

Механические колебательные системы – маятники.

Маятник на нити	Маятник на пружине.
<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ $\nu = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{l}}; \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ </div> </div>	<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ $\nu = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}; \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ </div> </div>

Уравнения колебаний.

$x = X_M \cos(\omega t + \varphi_0)$ - уравнение координаты

$\varphi = \omega t + \varphi_0$ - фаза колебаний $\Delta \varphi = \omega(t_2 - t_1)$ - разность фаз.

$v = x'$ и $a = v' = x''$ - физический смысл производной

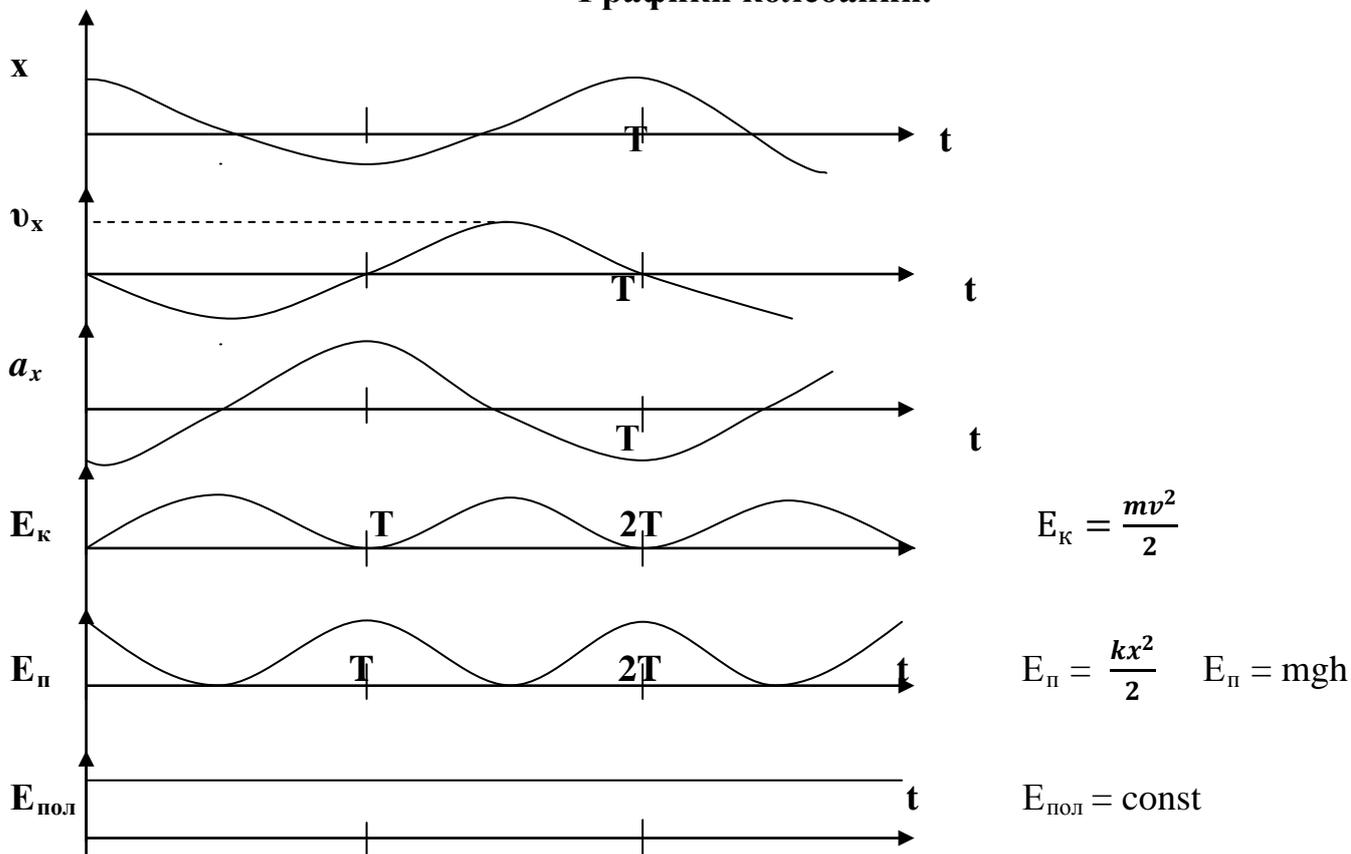
$v = -X_M \omega \sin(\omega t + \varphi_0) = -v_m \sin(\omega t + \varphi_0)$ уравнение скорости, где

$a = -X_M \omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0) = a_m \cos(\omega t + \varphi_0)$ уравнение ускорения, где

$$v_m = X_M \omega$$

$$a_m = X_M \omega^2$$

Графики колебаний.

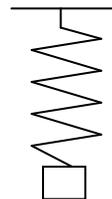
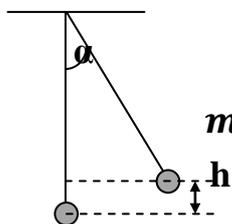


Вывод: при колебания маятника его x , v , a имеют *одинаковые* период и частоту, а $E_{\text{пот}}$ и $E_{\text{кин}}$ колеблются с периодом $T/2$ и частотой 2ν .

Энергия колебаний.

$$E_{\text{пол}} = E_{p \text{ макс}} = E_{k \text{ макс}} = E$$

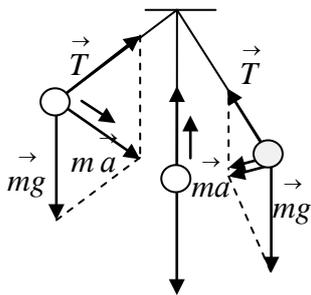
$$mgh_m = \frac{mv_m^2}{2} = mgh + \frac{mv^2}{2} \quad \text{или} \quad \frac{kx_m^2}{2} = \frac{mv_m^2}{2} = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2}$$



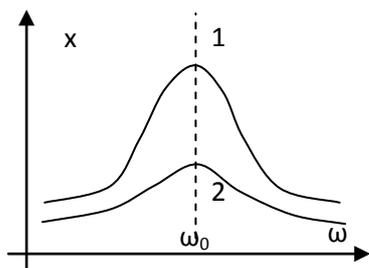
Динамика колебаний.

$\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}$ - равнодействующая – возвращающая сила - переменная величина \Rightarrow ускорение является величиной постоянно меняющейся по модулю и направлению

$$a = a(t) = x''$$



Резонансная кривая при различных значениях силы трения.

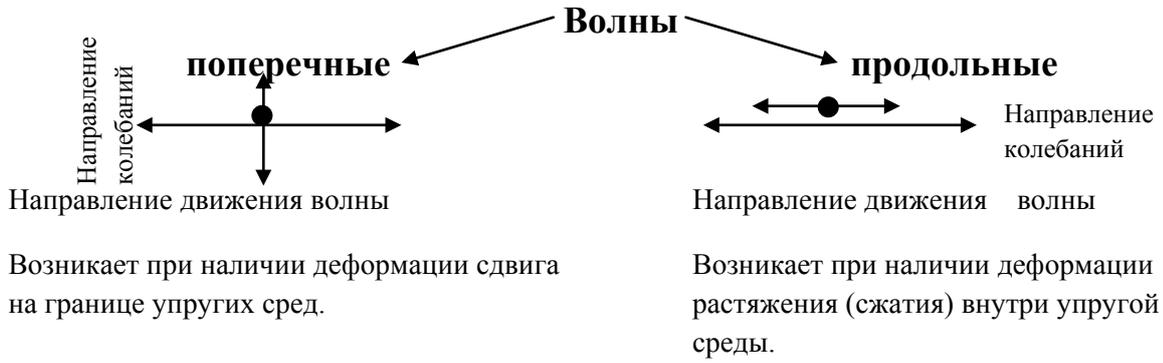


Резонанс – явление резкого возрастания амплитуды колебаний, при совпадении собственной частоты колебательной системы с частотой внешней силы.

Возрастание амплитуды при резонансе выражено тем отчетливее, чем меньше трение в системе. $F_{\text{тр1}} < F_{\text{тр2}}$

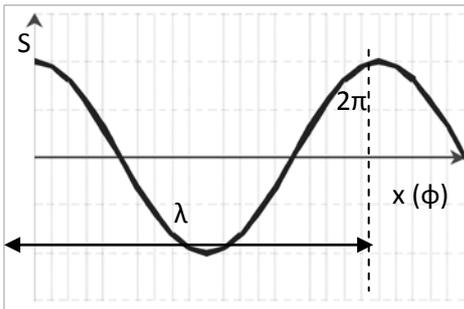
Механические волны.

Волна - это колебания, распространяющиеся в пространстве с течением времени.



Характеристики волн.

Длина волны – это расстояние, на которое распространяется волна за время равное периоду или расстояние между ближайшими точками, колеблющимися в одинаковой фазе.



$$\lambda = vT \quad \lambda = v/v$$

Волна переносит энергию и импульс, но не переносит вещество.

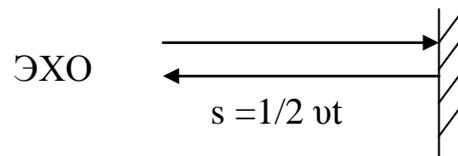
Примером механической продольной волны может являться звук. Человеческое ухо воспринимает колебания в интервале от 16 до 20000 Гц. Скорость звука в воздухе при нормальном атмосферном давлении равна 332 м/с.

Волны обладают двойкой периодичностью:

- периодичностью во времени
- периодичностью в пространстве

Свойства механических волн:

1. Поглощение (не упругими средами)
2. Отражение (от упругих сред)
3. Дифракция (огибание препятствий)
4. Интерференция (сложение когерентных волн).



1. Обучающие задания на механические колебания

1(A) Колебательное движение точки описывается уравнением $x = 50\cos(20\pi t + \pi/3)$ (см). Найдите начальную фазу колебаний и координату точки в начальный момент ($t = 0$).

- 1) 0,25 м; 20π 3) 0,5 м; $\pi/3$
2) 0,25 м; $\pi/3$ 4) 0,43 м; $\pi/3$

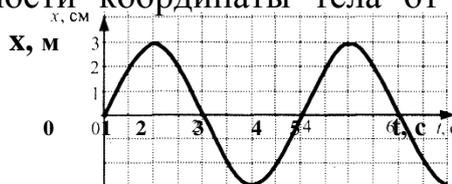
2(A) Гармоническое колебание точки описывается уравнением $x = 2\cos(8\pi t + \pi/3)$ (м). Определите частоту колебаний и циклическую частоту.

- 1) 0,25 Гц; 8π рад/с 2) 4 Гц; 8π рад/с
3) 4 Гц; 8 рад/с 4) 8 Гц; 8π рад/с

Указание: вспомнить формулу циклической частоты.

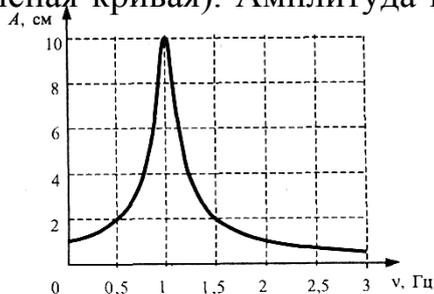
3(A) На рисунке дан график зависимости координаты тела от времени. Частота колебаний тела равна 1) 0,12 Гц

- 2) 0,25 Гц
3) 0,5 Гц
4) 4 Гц



4(A) На рисунке и изображена зависимость амплитуды установившихся колебаний маятника от частоты вынуждающей силы (резонансная кривая). Амплитуда колебаний этого маятника при резонансе равна...

- 1) 1 см
2) 2 см
3) 8 см
4) 10 см



5(A) Амплитуда вынужденных колебаний при увеличении частоты изменения вынуждающей силы от нуля до резонансной:

- 1) непрерывно возрастает с увеличением частоты;
2) непрерывно убывает с увеличением частоты;
3) сначала возрастает, достигает максимума, затем убывает;
4) сначала убывает, достигает минимума, затем возрастает.

Указание: вспомнить внешний вид резонансной кривой.

6(A) Как изменится частота колебаний математического маятника, если его массу увеличить в 4 раза?

- 1) не изменится;
2) увеличится в 4 раза;
3) уменьшится в 2 раза
4) уменьшится в 4 раза

Указание: вспомнить формулу периода колебаний математического маятника.

7(A) Математический маятник колеблется с частотой 0,1 кГц. За какое время маятник совершит 10 полных колебаний?

- 1) 10 с 2) 1 с 3) 0,1 с 4) 0,01 с

8(A) Шарик, подвешенный на нити, отклоняют влево и отпускают. Через какую долю периода кинетическая энергия шарика будет максимальной?

- 1) 1/8 2) 1/4 3) 1/2 4) 3/8

Указание: вспомнить, в каких точках траектории у шарика отсутствует кинетическая энергия, а в каких - потенциальная.

9(A) За одно и то же время первый маятник совершает одно колебание, а второй – три. Нить первого маятника

- 1) в 9 раз длиннее 2) в 3 раза длиннее
3) в $\sqrt{3}$ раз длиннее 4) в $\sqrt{3}$ раз короче

Указание: записать формулу периода колебаний и формулу периода математического маятника.

10(A) Звуковые колебания распространяются в воде со скоростью 1480 м/с, а в воздуха со скоростью 340 м/с. Во сколько раз изменяется длина звуковой волны при переходе звука из воздуха в воду?

- 1) увеличится в 2,08 раза
2) уменьшится в 2,08 раза
3) увеличится в 4,35 раза
4) уменьшится в 4,35 раза

Указание: записать формулу длины волны; вспомнить, какие из характеристик колебательного движения изменяются при переходе из одной среды в другую.

11(A) Длина звуковой волны самого высокого женского голоса составляет 25 см. Найти частоту колебаний этого голоса. Скорость звука в воздухе 340 м/с.

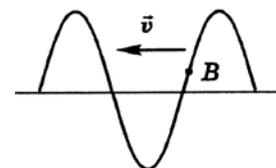
- 1) 13,6 Гц 3) 1360 Гц
2) 85 Гц 4) 8500 Гц.

12(B) Груз массой 3 кг колеблется на пружине жесткостью 400 Н/м с амплитудой 2 см. Найдите скорость с прохождения грузом точки с координатой $x = 1$ см. *Ответ выразите в см/с.*

Указание: запишите закон сохранения энергии. Выясните, чему равна полная энергия колеблющегося груза.

13(B) Определите ускорение свободного падения на Луне, если маятниковые часы идут на ее поверхности в 2,46 раза медленнее, чем на Земле. *Ответ округлите до сотых.*

14(B) В каком направлении смещается частица **В**, указанная на рисунке, если поперечная волна движется влево?



15(B) Что произойдет с характеристиками колебательного движения математического маятника, если его длину увеличить в 3 раза, а угол отклонения от вертикали оставить прежним? К каждой позиции первого столбца подберите соответствующую позицию второго и запишите в таблицу.

- А) амплитуда колебаний 1) увеличится
Б) период колебаний 2) уменьшится
В) частота колебаний 3) не изменится

А	Б	В

16(C) Математический маятник с длиной нити 1 м прикреплен к потолку лифта, который начинает опускаться с ускорением 1 м/с^2 . Каков период колебаний маятника?

Указание: вспомните, что происходит с весом ускоренно движущегося тела.

2. Тренировочные задания на механические колебания

1(A) Колебательное движение точки описывается уравнением $x = 30\cos(10\pi t + \pi/3)$ (см). Найдите начальную фазу и координату точки в момент времени ($t = 0$).

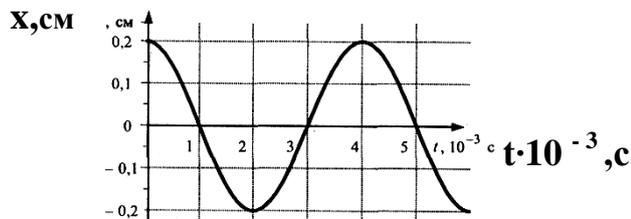
- 1) 15 см; $\pi/3$ 3) 30 см; 10π
2) 26 см; $\pi/3$ 4) 30 см; $\pi/3$

2(A) Гармоническое колебание точки описывается уравнением $x = 3\cos(12\pi t + \pi/2)$ (м). Определите частоту колебаний и циклическую частоту.

- 1) 0,17 Гц; 12π рад/с 3) 6 Гц; 6π рад/с
2) 6 Гц; 12π рад/с 4) 12 Гц; 12π рад/с

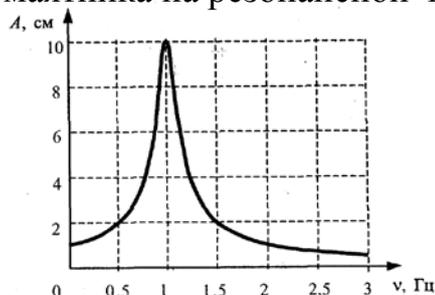
3(A) На рисунке показан график колебаний одной из точек струны. Согласно графику, период этих колебаний равен...

- 1) $1 \cdot 10^{-3}$ с
2) $2 \cdot 10^{-3}$ с
3) $3 \cdot 10^{-3}$ с
4) $4 \cdot 10^{-3}$ с



4(A) На рисунке и изображена зависимость амплитуды установившихся колебаний маятника от частоты вынуждающей силы (резонансная кривая). Отношение амплитуды установившихся колебаний маятника на резонансной частоте к амплитуде колебаний на частоте 0,5 Гц равно

- 1) 2
2) 4
3) 5
4) 10



5(A) Амплитуда вынужденных колебаний при увеличении частоты изменения вынуждающей силы от резонансной до бесконечности

- 1) непрерывно возрастает с увеличением частоты;
2) непрерывно убывает с увеличением частоты;
3) сначала возрастает, достигает максимума, затем убывает;
4) сначала убывает, достигает минимума, затем возрастает.

6(A) Как изменится период колебаний пружинного маятника, если жесткость пружины увеличить в 4 раза?

- 1) увеличится в 4 раза 2) уменьшится в 4 раза
3) увеличится в 2 раза 4) уменьшится в 2 раза

7(A) Период колебаний крыльев шмеля составляет 5 мс. Сколько взмахов крыльями сделает шмель при полете за 1 мин?

- 1) 12 2) 200 3) 12000 4) 200000

8(A) За какую часть периода математический маятник проходит путь от положения равновесия до высшей точки траектории?

- 1) 1/8 2) 1/6 3) 1/4 4) 1/2

9(A) Груз, подвешенный на легкой пружине жесткостью 400 Н/м, совершает свободные гармонические колебания. Пружину какой жесткости надо взять, чтобы период колебаний этого груза стал в 2 раза больше?

- 1) 100 Н/м 3) 800 Н/м
2) 200 Н/м 4) 1600 Н/м

10(A) Скорость распространения продольной волны в первой среде в два раза больше, чем ее скорость во второй среде. Что произойдет с частотой и длиной волны при ее переходе из первой среды во вторую?

- 1) длина волны и частота уменьшатся в 2 раза
- 2) длина волны уменьшится в 2 раза, а частота не изменится
- 3) длина волны увеличится в 2 раза, а частота не изменится
- 4) длина волны не изменится, а частота уменьшится в 2 раза.

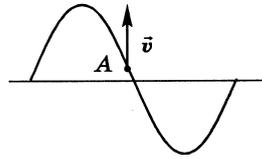
11(A) Расстояние до преграды, отражающей звук, равно 68 м. Через какое время человек услышит эхо? Скорость звука в воздухе 340 м/с.

- 1) 0,2 с
- 2) 0,4 с
- 3) 2,5 с
- 4) 5 с

12(B) Груз массой 0,2 кг колеблется на пружине жесткостью 500 Н/м с амплитудой 4 см. Найдите кинетическую энергию тела в точке с координатой $x = 2$ см.

13(B) При увеличении длины маятника на 10 см его период увеличился на 0,1 с. Найти начальный период колебаний.

14(B) В бегущей поперечной волне скорость частицы **A** направлена вверх. В каком направлении движется волна?



15(B) Что произойдет с характеристиками колебательного движения пружинного маятника, если его массу увеличить в 2 раза, а жесткость оставить прежней? К каждой позиции первого столбца подберите соответствующую позицию второго и запишите в таблицу.

- | | |
|----------------------|-----------------|
| А) полная энергия | 1) увеличится |
| Б) период колебаний | 2) уменьшится |
| В) частота колебаний | 3) не изменится |

А	Б	В

16(C) Математический маятник с длиной нити 80 см находится в самолете, движущемся горизонтально. Период колебаний маятника равен 1,6 с. Каково ускорение самолета?

3. Контрольные задания на механические колебания

1(A) Колебательное движение точки описывается уравнением $x=0,2\sin(4\pi t - \pi/6)$ (см). Найдите начальную фазу и амплитуду колебаний.

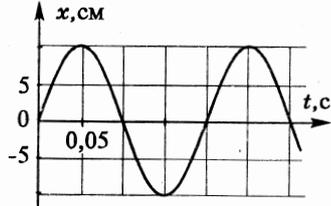
- 1) 4π ; 0,2 см 3) $-\pi/6$; 0,2 см
2) $\pi/6$; 0,2 см 4) $-\pi/6$; 0,1 см

2(A) Гармоническое колебание точки описывается уравнением $x = 3\cos(8\pi t - \pi/2)$ (м). Определите частоту и период колебаний.

- 1) 4 Гц; 0,25 с 3) 0,25 Гц; 4 с
2) 8π ; 0,125 с 4) 8π ; 0,04 с

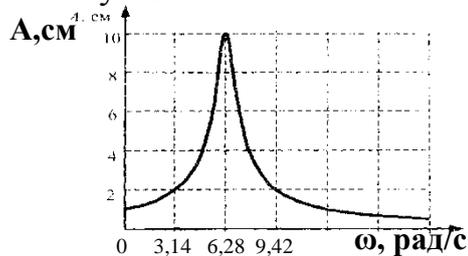
3(A) На рисунке дан график зависимости координаты тела от времени. Частота колебаний тела равна

- 1) 0,05 Гц
2) 0,2 Гц
3) 5 Гц
4) 10 Гц



4(A) На рисунке и изображена зависимость амплитуды установившихся колебаний маятника от циклической частоты вынуждающей силы (резонансная кривая). Определить собственную частоту колебаний маятника.

- 1) 1 Гц
2) 2 Гц
3) 6,28 Гц
4) 10 Гц



5(A) Амплитуда вынужденных колебаний при увеличении коэффициента трения в колебательной системе

- 1) уменьшается;
2) увеличивается;
3) не зависит от трения, а зависит только от частоты вынуждающей силы;
4) может как увеличиваться, так и уменьшаться.

6(A) Как изменится полная энергия пружинного маятника, если амплитуда колебаний уменьшится в 4 раза?

- 1) уменьшится в 2 раза
2) уменьшится в 4 раза
3) уменьшится в 16 раз
4) не изменится

7(A) Груз на пружине за 1 мин совершает 36 колебаний. Определить циклическую частоту.

- 1) $0,6\pi$ рад/с 3) $10\pi/3$ рад/с
2) $1,2\pi$ рад/с 4) 72π рад/с

8(A) Период гармонических колебаний пружинного маятника равен 4 с. Определите время, за которое грузик пройдет путь, равный амплитуде, если в начальный момент времени он проходил положение равновесия.

- 1) 0,5 с 2) 1 с 3) 2 с 4) 4 с

9(A) Во сколько раз изменится период колебаний груза, подвешенного на резиновом жгуте, если отрезать $3/4$ длины жгута и подвесить на оставшуюся часть тот же груз?

- 1) увеличится в 2 раза

2) увеличится в $\frac{\sqrt{3}}{2}$ раза

3) уменьшится в $\frac{\sqrt{3}}{2}$ раза

4) уменьшится в 2 раза

10(А) В каких средах НЕ могут распространяться поперечные волны?

1) только в твердых

2) в твердых и жидких

3) в жидких и газообразных

4) только в газообразных

11(А) Звук распространяется в воде со скоростью 1450 м/с. Расстояние между ближайшими точками, колеблющимися в противофазе, равно 10 см. Какова частота звука?

1) 72,5 Гц

3) 7250 Гц

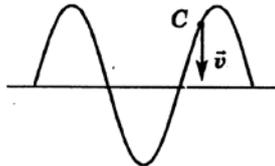
2) 145 Гц

4) 14500 Гц

12(В) Груз массой 10 г подвешен на пружине жесткостью 1 Н/м. Найти максимальную скорость груза, если полная энергия колебаний равна 0,1 Дж. *Ответ выразите в см/с.*

13(В) Массой 100 г, подвешенный на пружине, совершает гармонические колебания. Когда к пружине с грузом подвесили еще один груз, частота колебаний уменьшилась в 2 раза. Найти массу второго груза. *Ответ выразите в граммах.*

14(В) Определите направление движения поперечной волны, если частица С имеет направление скорости, показанной на рисунке.



15(В) Что произойдет с характеристиками колебательного движения пружинного маятника, если его жесткость уменьшится в 2 раза, а масса и амплитуда останутся прежними? К каждой позиции первого столбца подберите соответствующую позицию второго и запишите в таблицу.

А) полная энергия

1) увеличится

Б) период колебаний

2) уменьшится

В) частота колебаний

3) не изменится

А	Б	В

16(С) Лифт начинает подниматься вверх с ускорением $2,5 \text{ м/с}^2$. В лифте находится маятник длиной 0,5 м. Определить частоту колебаний маятника.

Ответы к заданиям на механические колебания

1. Ответы к обучающим заданиям

1A	2A	3A	4A	5A	6A	7A	8A	9A	10A
2	2	2	4	1	1	3	2	1	3
11A	12B	13B	14B	15B	16C				
3	20 см/с	1,65 м/с ²	вверх	112	2,1 с				

2. Ответы к тренировочным заданиям.

1A	2A	3A	4A	5A	6A	7A	8A	9A	10A
1	2	4	3	2	6	3	3	1	2
11A	12B	13B	14B	15B	16C				
2	0,3 Дж	2 с	Вправо	312	7,2 м/с ²				

3. Ответы к контрольным заданиям.

1A	2A	3A	4A	5A	6A	7A	8A	9A	10A
3	1	3	1	1	3	2	2	4	3
11A	12B	13B	14B	15B	16C				
3	45 см/с	300 г	Вправо	212	0,8 Гц				