

Часть 1

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 32

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (В1–В14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий вы сможете вернуться, если у вас останется время.

Желаем успеха!

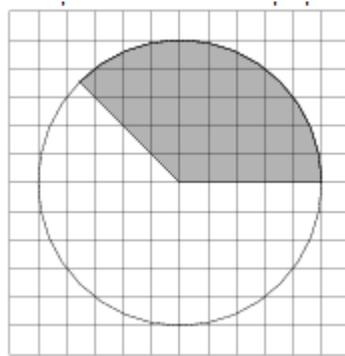
Ответом к заданиям этой части (В1–В14) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

В1 Мобильный телефон стоил 3500 рублей. Через некоторое время цену на эту модель снизили до 2800 рублей. На сколько процентов была снижена цена?

В2 На рисунке жирными точками показана среднемесячная температура воздуха в Сочи за каждый месяц 1920 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку наименьшую среднемесячную температуру в период с мая по декабрь 1920 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



B3 На клетчатой бумаге изображён круг. Какова площадь круга, если площадь заштрихованного сектора равна 33?

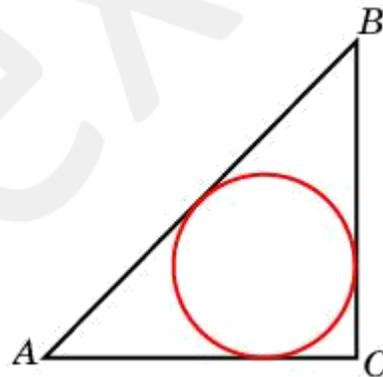


B4 Строительный подрядчик планирует купить 5 тонн облицовочного кирпича у одного из трех поставщиков. Вес одного кирпича 5 кг. Цены и условия доставки приведены в таблице. Во сколько рублей обойдется наиболее дешевый вариант покупки?

Поставщик	Цена кирпича (руб. за шт)	Стоимость доставки (руб.)	Специальные условия
A	17	7000	Нет
Б	18	6000	Если стоимость заказа выше 50000 руб., доставка бесплатно
B	19	5000	При заказе свыше 60000 руб. доставка со скидкой 50%.

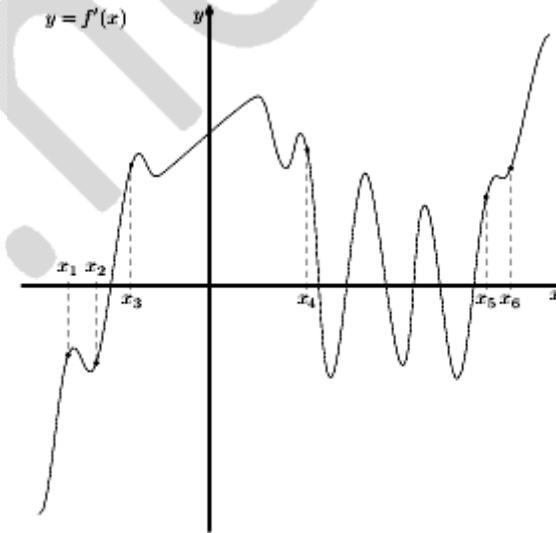
B5 Найдите корень уравнения $\operatorname{tg} \frac{\pi(x+6)}{3} = \sqrt{3}$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

B6 Радиус окружности, вписанной в равнобедренный прямоугольный треугольник, равен 2. Найдите гипотенузу c этого треугольника. В ответе укажите $c \cdot (\sqrt{2} - 1)$.



B7 Найдите значение выражения $7^{2x-1} : 49^x : x$ при $x = \frac{1}{14}$.

B8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$ и шесть точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_6$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ убывает?

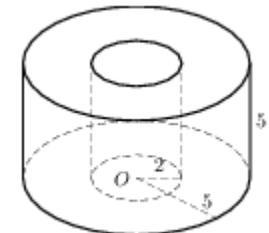


B9 В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите угол между прямыми BA_1 и $A_1 C_1$. Ответ дайте в градусах.

B10 На олимпиаде в вузе участников рассаживают по трём аудиториям. В первых двух по 120 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчёте выяснилось, что всего было 250 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

B11 Найдите объем V части цилиндра, изображенной на рисунке.

В ответе укажите $\frac{V}{\pi}$.



B12 На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет форму сферы, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле: $F_A = \alpha \rho g r^3$, где $\alpha = 4,2$ — постоянная, r — радиус аппарата в метрах, $\rho = 1000$ кг/м³ — плотность воды, а g — ускорение свободного падения (считайте $g=10$ Н/кг). Каков может быть максимальный радиус аппарата, чтобы выталкивающая сила при погружении была не больше, чем 336000 Н? Ответ выразите в метрах.

B13 Расстояние между пристанями А и В равно 72 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через 3 часа вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот прошел 39 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

B14 Найдите точку максимума функции $y = \frac{16}{x} + x + 3$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1 а) Решите уравнение $\frac{1 + 2 \sin^2 x - 3\sqrt{2} \sin x + \sin 2x}{2 \sin x \cos x - 1} = 1$
 б) Найдите все корни на промежутке $[-\pi; \pi]$

C2 Правильную четырехугольную пирамиду пересекает плоскость, проходящая через вершину основания перпендикулярно противоположному боковому ребру. Площадь полученного сечения в два раза меньше площади основания пирамиды. Найдите отношение длины высоты пирамиды к длине бокового ребра.

C3 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 15 \cdot \frac{4^{x-2}}{4^x - 3^x} > 1 + \left(\frac{3}{4}\right)^x \\ \log_{x\sqrt{3}}(3x^6 + 2x^2 - 6) > 6 \end{cases}$$

C4 В ромбе ABCD со стороной 2 и углом 60° проведены высоты CM и DK. Найдите длину отрезка МК.

C5 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$9^{-x+1} \cdot 3^{x^2} + a^3 + 5a^2 + a + \sqrt{2} = \sin \frac{\pi x}{4} + \cos \frac{\pi x}{4} + 3$$

имеет единственное решение.

C6 Банкомат обменивает монеты: дублоны на пистолы и наоборот. Пистоль стоит s дублонов, а дублон — $1/s$ пистолей, где s — не обязательно целое. В банкомат можно вбросить любое число монет одного вида, после чего он выдаст в обмен монеты другого вида, округляя результат до ближайшего целого числа (если ближайших чисел два, выбирается большее).

- а) Может ли так быть, что обменяв сколько-то дублонов на пистолы, а затем обменяв полученные пистолы на дублоны, мы получим больше дублонов, чем было вначале?
 б) Если да, то может ли случиться, что полученное число дублонов ещё увеличится, если проделать с ними такую же операцию?