## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
## Вариант № 6

### Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 18 заданий.

Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом (B1–B12) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий вы сможете вернуться, если у вас останется время.

**Желаем успеха!**



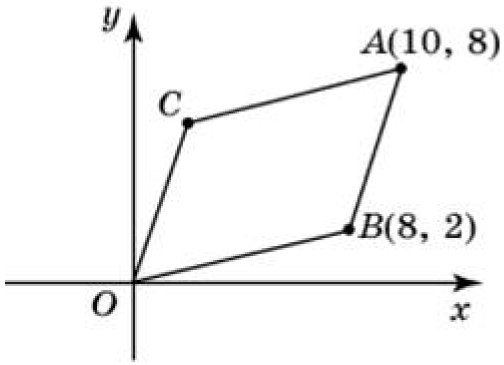
### Часть 1

***Ответом к заданиям этой части (B1–B14) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.***

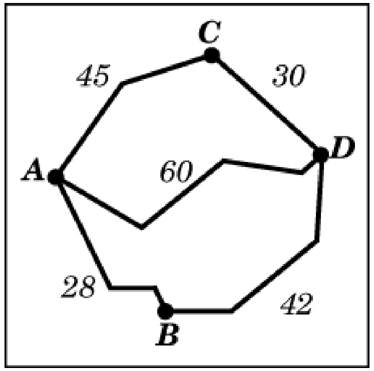
**B1** В летнем лагере на каждого участника полагается 40 г сахара в день. В лагере 166 человек. Сколько килограммовых упаковок сахара понадобится на весь лагерь на 5 дней?

**B2** На графике показан процесс разогрева двигателя легкового автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат — температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, сколько минут двигатель нагревался от $60^\circ C$ температуры до температуры $90^\circ C$.

**B3** Точки O(0, 0), A(10, 8), B(8, 2) и C являются вершинами параллелограмма. Найдите абсциссу точки C.

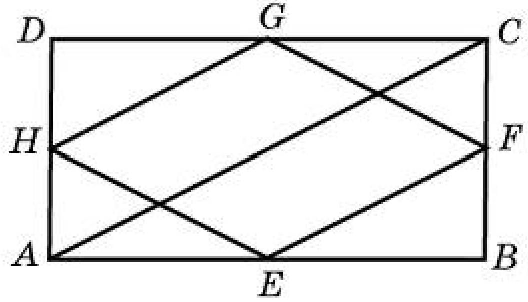



**B4** Из пункта A в пункт D ведут три дороги. Через пункт B едет грузовик со средней скоростью 35 км/ч, через пункт C едет автобус со средней скоростью 30 км/ч. Третья дорога — без промежуточных пунктов, и по ней движется легковой автомобиль со средней скоростью 40 км/ч. На рисунке показана схема дорог и расстояние (в км) между пунктами по дорогам. Все три автомобиля одновременно выехали из A. Какой автомобиль добрался до D позже других? В ответе укажите, сколько часов он находился в дороге.



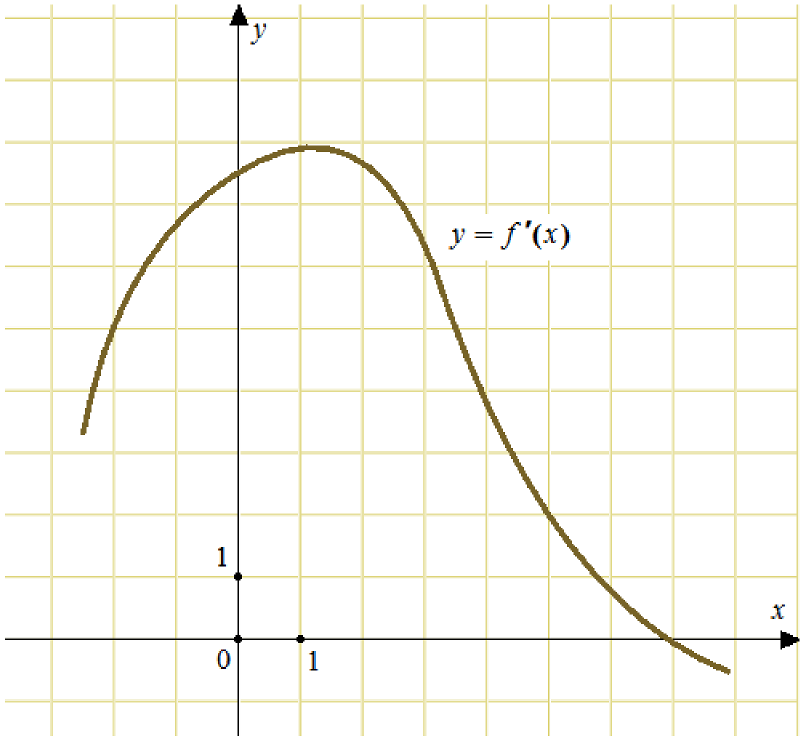

**B5** Найдите корень уравнения: $\frac{4}{7}x = 7\frac{3}{7}$.

**B6** Середины последовательных сторон прямоугольника, диагональ которого равна 5, соединены отрезками. Найдите периметр образовавшегося четырехугольника.




**B7** Найдите значение выражения $(7x-13)(7x+13)-49x^2+6x+22$ при $x=80$.

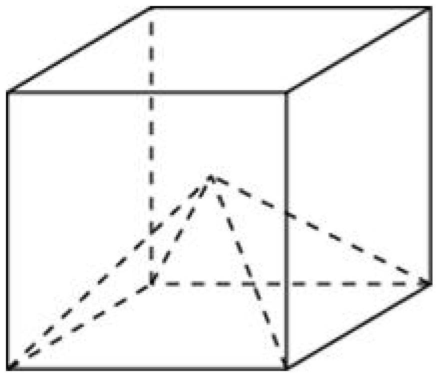
**B8** На рисунке изображен график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $y=f(x)$ параллельна прямой $y=2x-2$ или совпадает с ней.



**B9** Высота конуса равна 4, а длина образующей — 5. Найдите диаметр основания конуса.

**B10** В соревнованиях по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Финляндии, 7 спортсменов из Дании, 9 спортсменов из Швеции и 5 — из Норвегии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швеции.

**B11** Объем куба равен 12. Найдите объем четырехугольной пирамиды, основанием которой является грань куба, а вершиной — центр куба.



**B12** Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$, где $t$ — время в секундах, амплитуда $U_0 = 2$ В, частота $\omega = 120^\circ$ /с, фаза $\varphi = -30^\circ$. Датчик настроен так, что если напряжение в нём не ниже чем $1$ В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

**B13** Два велосипедиста одновременно отправились в 240-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 1 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 1 час раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

**B14** Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 + 2x^2 - 4x + 4$ на отрезке $[-2; 0]$.

## Часть 2

***Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (С1, С2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.***

**C1** Дано уравнение $\dfrac{\cos^2 x + \sqrt{3}}{\sqrt{3}\cos^2 x} = \dfrac{\sqrt{3}+4}{2\sqrt{3}\cos x}$

а) Решите уравнение.

б) Найдите корни на промежутке $[-1; 3]$.

**C2** Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$, в основании которого лежит квадрат со стороной 1. На плоскости основания имеется квадрат $CDKM$. В этот квадрат вписана окружность, которая является основанием цилиндра с высотой, равной длине отрезка $AA_1$. Найдите расстояние от середины основания цилиндра до точки пересечения диагоналей параллелепипеда, если расстояние между прямыми $AC$ и $B_1D_1$ равно 2.

**C3** Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 9x^3 - 30x \le \sqrt{20x^2}, \\ \sqrt{1+2x^2} - \sqrt{6x-2} \ge 0. \end{cases}$$

**C4** В системе координат задана точка $M(x; y), x > 0, y > 0$. Дана окружность с центром в точке $M$ радиуса $r$, причем любая точка окружности имеет положительные координаты. Прямая, проходящая через точку $O(0;0)$ и через точку $M$, пересекает окружность в точках $K$ и $P$, причем ордината точки $K$ меньше, чем ордината точки $P$. Прямая, которая касается окружности в точке $K$, пересекает прямые $x = 0$ и $y = 0$ в точках $A$ и $B$. Найдите площадь треугольника $OKB$.

**C5** Найдите все значения $a$, при каждом из которых система

$$\begin{cases} y-\left|2\dfrac{a-1}{a}x\left(a+a^2+a^3+...+a^{2012}\right)\right|=0, \\ y^2-50y=(12-x)(x+12)-625. \end{cases}$$

имеет два решения.

**C6** Дан прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами.

а) Могут ли стороны данного треугольника быть членами одной возрастающей геометрической прогрессии?

б) Докажите, что для любого натурального $n$ большего 1, можно найти такие три числа, которые будет являться сторонами этого треугольника и членами одной арифметической прогрессии с разностью $n$.