

Часть 1**Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 15****Инструкция по выполнению работы**

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (В1–В14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

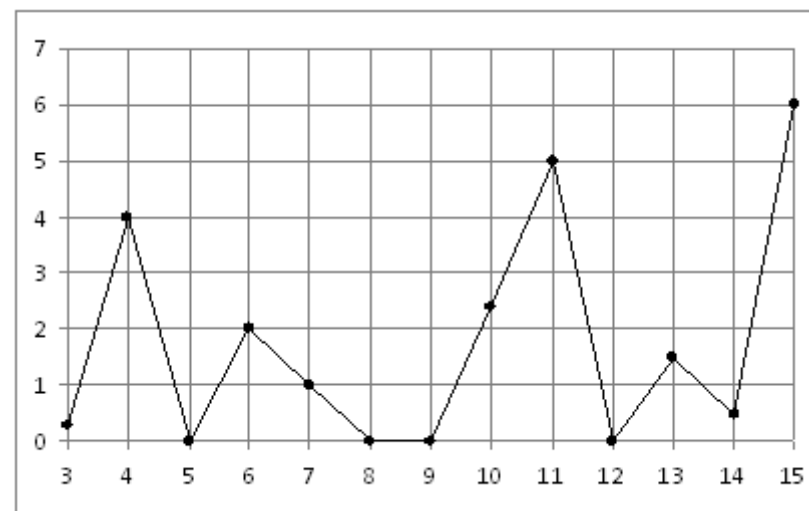
Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий вы сможете вернуться, если у вас останется время.

Желаем успеха!

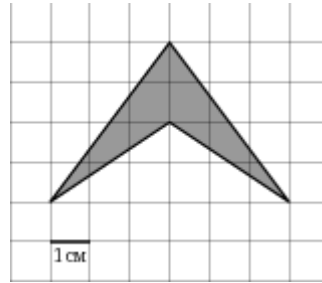
Ответом к заданиям этой части (В1–В14) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

В1 Футболка стоила 800 рублей. После снижения цены она стала стоить 680 рублей. На сколько процентов была снижена цена на футболку?

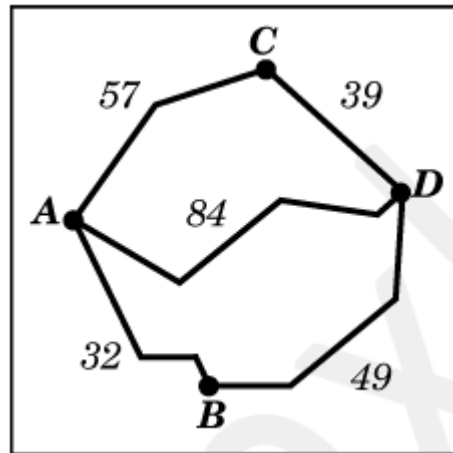
В2 На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Казани с 3 по 15 февраля 1909 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода не выпадало осадков.



B3 Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см X 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

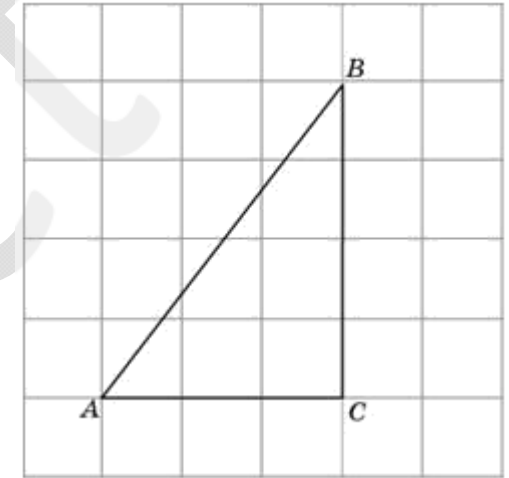


B4 Из пункта А в пункт D ведут три дороги. Через пункт В едет грузовик со средней скоростью 36 км/ч, через пункт С едет автобус со средней скоростью 48 км/ч. Третья дорога — без промежуточных пунктов, и по ней движется легковой автомобиль со средней скоростью 56 км/ч. На рисунке показана схема дорог и расстояние (в км) между пунктами по дорогам. Все три автомобиля одновременно выехали из А. Какой автомобиль добрался до D позже других? В ответе укажите, сколько часов он находился в дороге.



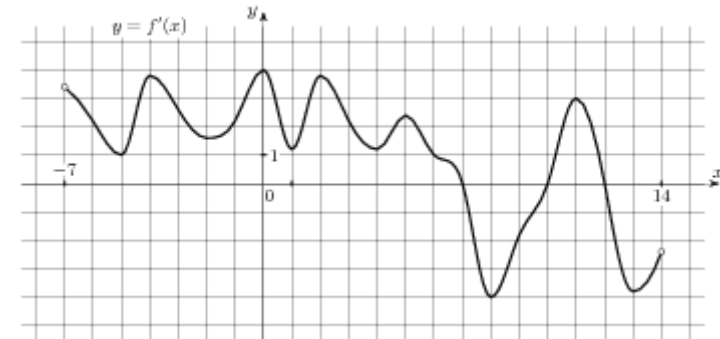
B5 Решите уравнение $\log_5(7-x) = \log_5(3-x) + 1$.

B6 Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC, считая стороны квадратных клеток равными 1.



B7 Найдите значение выражения $\frac{8}{\sin\left(-\frac{27\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{31\pi}{4}\right)}$.

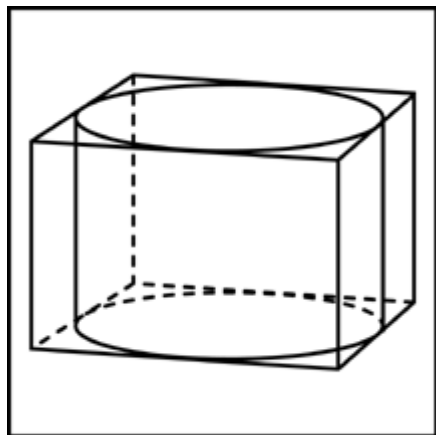
B8 На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-7; 14)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-6; 9]$.



B9 Найдите угол $C_1 B_1 C$ прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB=5$; $AD=4$; $AA_1=4$. Ответ дайте в градусах.

B10 В барабане револьвера находятся 4 патрона из шести в произвольном порядке. Барабан раскручивают, после чего нажимают на спусковой крючок два раза. Найти вероятность двух осечек. Результат округлите до сотых.

B11 Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 4. Объем параллелепипеда равен 16. Найдите высоту цилиндра.



B12 Опорные башмаки шагающего экскаватора, имеющего массу $m=1260$ тонн представляют собой две пустотелые балки длиной $l=18$ метров и шириной s метров каждая. Давление экскаватора на почву, выражаемое в килопаскалях, определяется формулой $p = \frac{mg}{2ls}$, где m — масса экскаватора (в тоннах), l — длина балок в метрах, s — ширина балок в метрах, g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ м/с}^2$). Определите наименьшую возможную ширину опорных балок, если известно, что давление p не должно превышать 140 кПа. Ответ выразите в метрах.

B13 Найдите двузначное число, если оно в 2 раза больше произведения его цифр. Если переставить цифры этого числа в обратном порядке, то отношение полученного числа и данного будет равно $7/4$.

B14 Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 3x^2 + 2$ на отрезке $[1;4]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1 Дано уравнение $2 \cos^2 x + 2\sqrt{2} \cos x \cos^2 4x + \cos^2 4x = 0$.

а) Решите уравнение

б) Найдите все корни на промежутке $[-2\pi; \pi]$

C2 Диагональ A_1C куба $ABCA_1B_1C_1D_1$ служит ребром двугранного угла, грани которого проходят через вершины В и D. Найдите величину этого угла.

C3 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \log_{\frac{1}{x}} \left(\frac{5}{2}x - 1 \right) \geq -2 \\ \frac{(4^x - 12 \cdot 2^x + 32)(x-1)}{\sqrt{x} - 1} \geq 0 \end{cases}$$

C4 Точка В — середина отрезка АС, причем $AC = 6$. Проведены три окружности радиуса 5 с центрами А, В и С. Найдите радиус четвертой окружности, касающейся всех трех данных.

C5 При каких значениях a уравнение

$$2\pi^2(x-1)^2 + 4a \cos(2\pi x) - 9a^3 = 0$$

имеет единственное решение?

C6 В школьной олимпиаде по математике участвовало 100 человек, по физике — 50 человек, по информатике — 48 человек. Когда каждого из учеников спросили, в скольких олимпиадах он участвовал, ответ «по крайней мере в двух» дали в два раза меньше человек, чем ответ «не менее, чем в одной», а ответ «в трех» — втрое меньше человек, чем ответ «не менее, чем в одной». Сколько всего учеников приняло участие в этих олимпиадах?