

Часть 1

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 16

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (В1–В14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

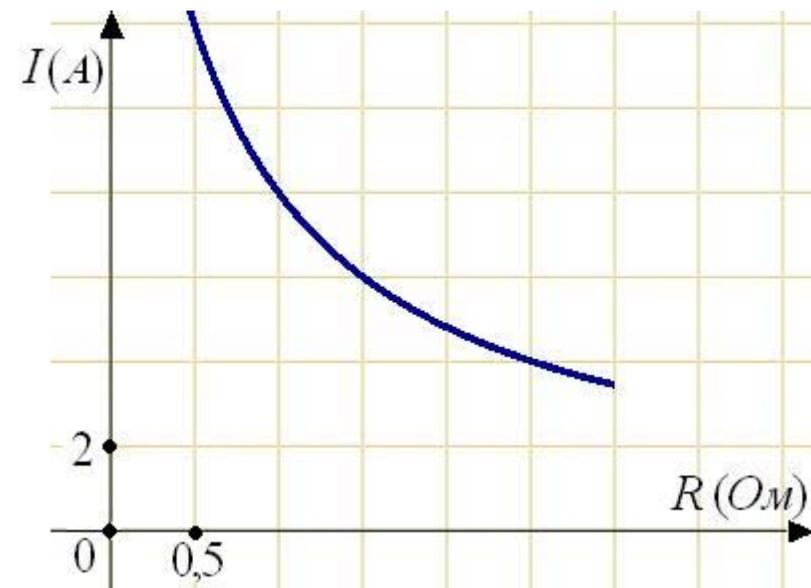
Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий вы сможете вернуться, если у вас останется время.

Желаем успеха!

Ответом к заданиям этой части (В1–В14) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

В1 Рабочий выполняет некоторую работу за 5 часов. На сколько процентов он должен увеличить производительность своего труда, чтобы ту же самую работу выполнить за 4 часа?

В2 Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением, которое можно менять, поворачивая рукоятку в салоне машины. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя – чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и тем быстрее вращается мотор отопителя. На рисунке показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На оси абсцисс откладывается сопротивление (в Ом), на оси ординат – сила тока в Амперах. Ток в цепи электродвигателя уменьшился с 8 до 6 Ампер. На сколько Ом при этом увеличилось сопротивление цепи?



B3 Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см \times 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



B4 Телефонная компания предоставляет на выбор три тарифных плана.

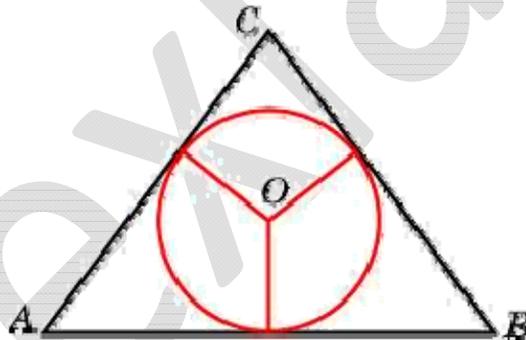
Тарифный план	Абонентская плата	Плата за 1 минуту разговора
Повременный	135 руб. в месяц	0,3 руб.
Комбинированный	255 руб. за 450 мин. в месяц	0,28 руб. за 1 мин. сверх 450 мин. в месяц.
Безлимитный	380 руб. в месяц	

Абонент выбрал наиболее дешевый тарифный план исходя из предположения, что общая длительность телефонных разговоров составляет 650 минут в месяц. Какую сумму он должен заплатить за месяц, если общая длительность разговоров в этом месяце действительно будет равна 650 минутам? Ответ дайте в рублях.

B5 Решите уравнение $\log_x(3 + 2x) = 2$.

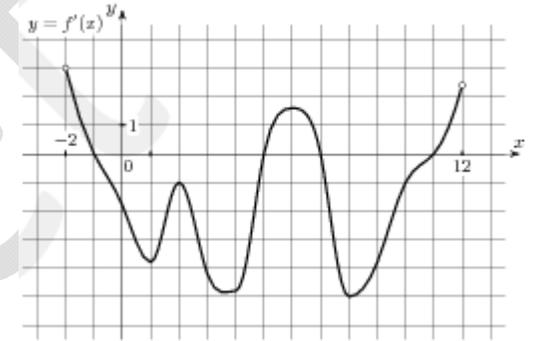
Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

B6 Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 5, основание равно 6. Найдите радиус вписанной окружности.



B7 Найдите значение выражения $\frac{0,5^{\sqrt{10}-1}}{2^{-\sqrt{10}}}$.

B8 На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2; 12)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



B9 В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка O — центр основания, S — вершина, $SO=4$, $AC=6$. Найдите боковое ребро SC .

B10 Чему равна вероятность того, что при бросании трех игральных костей 6 очков появится хотя бы на одной из костей? Результат округлите до сотых.

B11 Цилиндр описан около шара. Объем шара равен 24. Найдите объем цилиндра.

B12 Катер должен пересечь реку шириной $L=100$ м и со скоростью течения $u = 0,5$ м/с так, чтобы причалить точно напротив места отправления. Он может двигаться с разными скоростями, при этом время в пути, измеряемое в секундах, определяется выражением $t = \frac{L}{u} \operatorname{ctg} \alpha$, где α — острый угол, задающий направление его движения (отсчитывается от берега). Под каким минимальным углом α (в градусах) нужно плыть, чтобы время в пути было не больше 200 с?

B13 Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 1 минуту дольше, чем вторая труба?

B14 Найдите наименьшее значение функции $y = 9 \cos x + 14x + 7$ на отрезке $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (С1, С2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1 Дано уравнение $\sqrt{3 - \cos 2x - \sin 2x} = -2\sqrt{2} \sin x$.

а) Решите уравнение

б) Найдите все корни на промежутке $[-2\pi; -\pi]$

С2 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S на сторонах AB и AC выбраны точки M и K соответственно так, что треугольник AMK подобен треугольнику ABC с коэффициентом подобия $\frac{2}{3}$. На прямой MK выбрана точка E так, что $ME:EK=7:9$.

Найти расстояние от точки E до плоскости BSC , если сторона основания пирамиды равна 6 , а высота пирамиды равна $\sqrt{6}$

С3 Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 4 \cdot \frac{x^2-2}{x^2+x+1} + 3 \cdot 6 \cdot \frac{x^2-2}{x^2+x+1} \geq 4 \cdot 9 \cdot \frac{x^2-2}{x^2+x+1} \\ \log_{\frac{1}{3}} |x-2| - \log_{2-x} 3 \leq 2 \end{cases}$$

С4 В окружности проведены хорды KL , MN , PS . Хорды KL , PS пересекаются в точке C , хорды KL , MN пересекаются в точке A , хорды MN и PS пересекаются в точке B , причем $AL = CK$, $AM = BN$, $BS = 5$, $BC = 4$. Найдите радиус окружности, если величина угла BAC равна 45 градусов.

С5 При каких значениях параметра a уравнение

$$(\sin x - \log_4 a)(\sin x - 2 + 2a) = 0 \text{ имеет ровно два корня на отрезке } \left[\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2} \right]$$

С6 Даны 20 различных натуральных чисел, меньших 70. Докажите, что среди их попарных разностей найдутся четыре одинаковых.